股票期权定价模型的修正及实证检验

——基于Black-Scholes和GARCH模型

张启文(博士生导师)，王春棣，高延雷

【摘要】上证50ETF期权的问世开启了中国股票期权的时代,中国股票期权市场发展潜力巨大,未来的几年将会迅速发展壮大,投资者可以通过购买股票期权进行风险规避或投机获利。为提高股票期权定价的精确性,可以从无风险利率的计算方法、运用GARCH模型进行股票收益率的预测以及引入股票分红三个方面对Black-Scholes股票期权定价模型进行修正,并将GARCH模型预测的股票价格波动率代入Black-Scholes股票期权定价模型。利用修正的模型对中国平安的股票看涨期权、看跌期权的计算,证明该模型具有实用价值。

【关键词】股票期权；Black-Scholes股票期权定价模型；GARCH模型

【中图分类号】F832.48　　【文献标识码】A　　【文章编号】1004-0994(2016)23-0114-4

一、引言

期权交易的雏形出现在1200年的古腓尼基国与古希腊之间的国际贸易中。目前,法国数学家巴舍利耶被认为是期权定价理论的始祖。1970年,芝加哥大学的Fricher Black同麻省理工学院的Myron Scholes合作提出期权定价模型,并形成了Black-Scholes股票期权定价模型。股票期权是最早出现的场内期权合约,1973年在芝加哥期权交易所推出第一批16只股票为标的的期权合约。美国是全球最大的股票期权交易中心,股票期权市场产品规模领先于全球市场,超过3000只,交易量占比高达80%,并且成交量逐年提升。欧洲、非洲及中东股票期权自2002年起成交量无明显增长,亚太地区的股票期权在全球市场份额较小,但是发展速度极其迅猛。香港联合交易所在1995年9月8日首次推出股票期权,七年的时间完成33只美式股票期权的上市。

期权的标的资产涉及股票、股票指数、商品以及期货等,本文只研究股票期权的定价问题。围绕股票期权定价问题,学者们做了丰富的研究。潘涛、邢铁英(2007)以长电认购权证以及宝钢认购权证的价格作为数据样本,对CARCH定价模型进行修正,试图找到适合中国权证的Black-Scholes期权定价方法。汪来喜、丁日佳(2008)利用GARCH模型预测股票的波动率,提高了Black-Scholes期权定价模型的精确度。任智格、何郎、黄樟灿(2015)对Black-Scholes股票期权定价模型中的无风险利率进行了改进,并对模拟的创业公司制定的战略计划进行了实证分析。对于Black-Scholes股票期权定价模型,最初是为欧洲股票期权定价而发展形成的,该模型的应用需要一系列限制性条件,比如不考虑股利对股价的影响以及股票期权的提前执行。而现实情况中大部分股票具有分红的特性,于是学者们将股利考虑到期权定价的模型中,进一步精确股票期权的合理定价范围。2015年2月9日上证50ETF(510050)的亮相为中国的交易所注入了新的活力,成为中国走进“期权时代”的开端。股票期权的合理定价有利于期权市场的良好发展,同时也是现代金融研究方向之一,对于衍生品金融市场的健康长远发展具有深远影响。

二、股票期权定价模型的修正

1. Black-Scholes期权定价模型一般形式。该模型的使用需要以下假设:①在一段连续的时间内无套利机会存在;②标的资产的价格变动比例遵循一般化的维纳过程,服从对数正态分布;③连续的无风险利率以及基础资产的价格波动是已知和固定的;④市场是无摩擦的,即没有交易费用和税收,并且没有卖空限制;⑤基础资产没有现金流,例如红利或是固定的息票付款;⑥定价期权为欧洲期权,期权的执行只能是在到期日,该模型并不适用于美式期权。以下为看涨期权C_0和看跌期权P_0的定价公式,符号说明见表1。

$$C_0=S_0\times N(d_1)-X\times e^{-R_f^c\times T}\times N(d_2)$$

$$P_0=X\times e^{-R_f^c\times T}\times[1-N(d_2)]-S_0\times[1-N(d_1)]$$

其中:$d_1=\dfrac{Ln\left(\dfrac{S_0}{X}\right)+(R_f^c+0.5\sigma^2)\times T}{\sigma\times\sqrt{T}}$;$d_2=d_1-\sigma\times\sqrt{T}$。

【基金项目】黑龙江省社科基金项目“黑龙江省农村金融生态系统评价与发展研究”(项目编号:15JYD03)

表 1　　符号说明

符号	具体说明
T	持有至到期时间(按照一年365天的百分比计算)
S_0	基础资产的现价
X	个股期权的执行价格
R_f^c	无风险的连续复利
σ	股票连续收益率的波动率
N(·)	标准正态累积概率分布

2. Black-Scholes股票期权定价模型的修正。为了更精确地对股票期权进行合理定价，本文决定从三个方面对个股期权定价模型进行修正：对无风险利率进行有效合理的处理；进一步精确股票的价格波动率；将股票的红利支付考虑到股票期权的定价模型中。

(1)期权定价模型中使用与期权期限相同的银行利率作为参照，计算出近五年的同期银行利率的几何平均利率为 $R_f^c=\sqrt[5]{(1+r_1)(1+r_2)\cdots(1+r_5)}-1$，其中 r_1 为近一年某期限的银行利率，r_2 为往后推算两年相同期限的银行利率，以此类推。例如，计算三个月期限股票期权所需要的无风险利率，需要根据近五年银行三个月的定期存款利率计算几何平均利率。其中股票连续收益率 R_i^c 的获取通常有两种方式：第一种，首先计算收益率 $R_i=(P_i-P_{i-1})/P_{i-1}$，i=1，2，…，n，将收益率 R_i 转化为连续收益率 $R_i^c=Ln(1+R_i)$，i=1，2，…，n；第二种，$R_i^c=Ln(S_i/S_{i-1})$。

(2)使用GARCH模型预测得到的股票收益率的波动率作为影响股票期权定价模型的波动率。目前，GARCH族模型在预测波动率方面仍被广泛认可。GARCH(p，q)模型由两个公式构成：

$$R_t=U_t+\alpha_t \qquad \sigma_t^2=\varpi_0+\sum_{i=1}^{p}\alpha_i\alpha_{t-i}^2+\sum_{j=1}^{q}\beta_j\sigma_{t-j}^2$$

其中：ϖ_0、α_i、β_j 均为估计参数；U_t 代表股票收益率的均值；p、q为GARCH模型的阶数；σ_t^2 为股票收益率的波动率。

学者们通过很多实证研究证明，GARCH模型能够有效地解决收益率波动率的异方差问题，通常令p=1，q=1。则GARCH(1，1)模型的具体公式变为：

$$R_t=U_t+\alpha_t$$

$$\sigma_t^2=\varpi+\alpha_1\alpha_{t-1}^2+\beta\sigma_{t-1}^2$$

对股票价格进行一系列处理后获得股票收益率，利用Eviews软件针对482个样本数据对于GARCH(1，1)模型的参数进行估值，得到 ϖ_0、α_i、β_j 为确定的数值。根据 α_t^2 和 σ_t^2 可以预测 σ_{t+1}^2 的大小，以相同的方式可以计算得到 σ_{t+2}^2、σ_{t+3}^2。GARCH模型具有均值回归的效果，预测得到的数据与历史波动率紧密相关。

(3)考虑股票红利对股票期权定价的影响。Black-Scholes股票期权定价模型不支付股利的假设条件明显不符合实际情况，股利的支付对看涨期权和看跌期权的影响方向不同，前者与股利的支付反方向变动，后者则与股利的支付同方向变动。对于股利对股票期权的影响可从两个方面进行分析：连续股利支付和间断性股利支付。对于连续股利支付，需要将Black-Scholes股票期权定价模型中的 S_0 变为 $S_0e^{-q(T-t)}$，其中T-t为剩余的到期时间；对于间断性股利支付，在 S_0 的基础上减去未来股利现金流的折现值。

三、实证研究及结果说明

我国市场最近准备推出的期权品种包括上海证券交易所正在进行模拟交易测试的股票期权和正式交易的ETF期权，仿真交易的期权标的证券主要包含以下四只：上汽集团(600104)、中国平安(601318)、哈高科(600095)、上证180ETF(510180)，正式交易的期权标的目前只有上证50ETF(510050)。选择即将推出市场的股票期权可以为期权的定价提供一定的参考意见，因此，本文选取中国平安的股票收盘价格作为研究的对象。依次计算Black-Scholes股票期权定价模型中需要的无风险利率 R_f^c、股票收益率的波动率的预测值、红利支付条件下股票价格的大小，最后将计算的数值代入Black-Scholes股票期权定价模型中得到中国平安股票期权的价格。

1. Black-Scholes股票期权定价模型中 R_f^c 的计算。

表 2　　近五年人民银行规定的三个月定期存款利率

日期	三个月定期存款利率(%)	日期	三个月定期存款利率(%)
2010年12月26日	2.25	2012年06月08日	2.85
2011年02月09日	2.60	2012年07月06日	2.60
2011年04月06日	2.85	2014年11月22日	2.35
2011年07月07日	3.10	2015年03月01日	2.10

注：数据来源于人民银行调查统计司。

按每月30天、一年360天计算每年的三个月银行存款利率，2011～2015年三个月平均定期存款利率分别为：

R_{11}=(2.25%×39+2.6%×57+2.85%×91+3.1%×173)/360=2.865%

R_{12}=(3.1%×157+2.85%×28+2.6%×175)/360=2.838%

R_{13}=2.6%

R_{14}=(2.6%×322+2.85%×38)/360=2.626%

R_{15}=(2.35%×60+2.1%×300)/360=2.142%

股票期权定价模型中使用的无风险利率为：

$$R_f^c=\sqrt[5]{(1+R_{11})(1+R_{12})(1+R_{13})(1+R_{14})(1+R_{15})}-1=2.61\%$$

2. 使用GARCH模型计算股票收益率的波动率的预测值。传统的度量股票波动率大小的计量模型例如一元线性回归、多元线性回归和ARMA模型等，均假设残差值为零并且

标的资产满足独立同分布(Independent Identically Distributed)。但是,金融市场上的股票价格在某一时间段内常常表现出价格波动率聚类的现象,导致小幅度的波动出现在一段时间内,而大幅度的波动出现在另外一段时间内。传统的计量工具无法满足要求,为了更加准确客观地描述股票价格随时间变化的情况,GARCH模型弥补了上述缺点,在研究股票收益率的波动率方面的应用被广泛认可。中国平安股票价格数据选取的时间段为2013年11月30日~2015年11月30日,一共有731天(有效交易日为482天),数据来源于同花顺网站。运用Eviews软件对2013年11月30日~2015年11月30日有效482天的中国平安股票收益率进行数据处理,结果见图1。

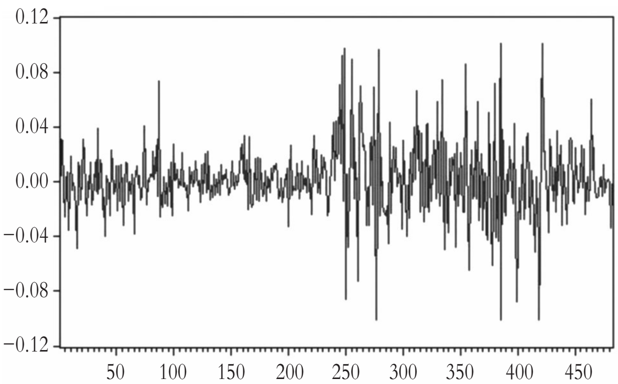

图1 股票对数收益率的时间序列

从图1可以观察出集群现象,股票收益率的波动从第100个观测值到250个观测值这一时间段内波动较小,从第250个观测值到420个观测值这一时间段内波动较大。然后获得了股票对数收益率的柱形统计图,见图2。

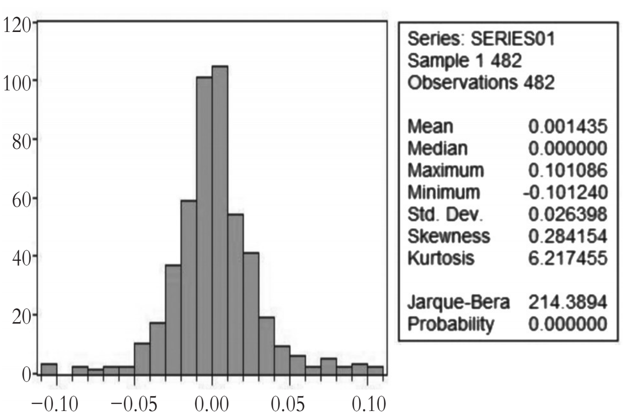

图2 股票对数收益率的柱形统计

由图2可知,中国平安股票对数收益率序列的均值为0.001435,中位数为0,标准差为0.026398,偏度为0.284154,大于零,说明该序列分布具有右偏的特点;峰度值为6.217455,大于标准正态分布的峰值3,说明该收益率序列具有尖峰后尾的特点,Jarque-Bera统计量为214.3894,P值为0.00000。进一步考察序列的平稳性,进行ADF检验,结果见表3。

表3 股票收益率序列平稳性检验

			t-Statistic	Prob.
Augmented Dickey-Fuller test statistic			−22.27772	0.0000
Test critical values		1% level	−3.443719	
		5% level	−2.867329	
		10% level	−2.569916	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SERIES01(−1)	−1.016437	0.045626	−22.27772	0.0000
C	0.001398	0.001206	1.158690	0.2472

由表3可知,t统计量为−22.27772,相对应的P值为0.0000,说明股票收益率序列R平稳。然后进行股票收益率序列相关和偏自相关检验,结果见图3。

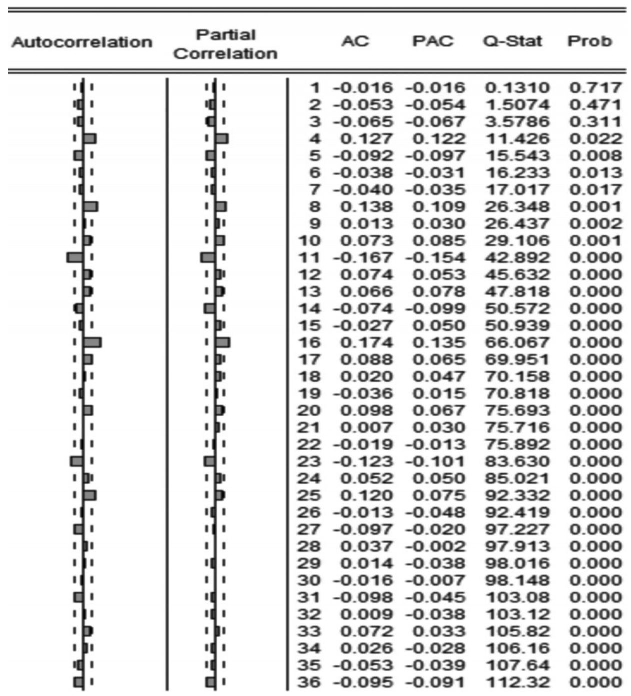

图3 股票收益率序列相关和偏自相关检验结果

由图3检验结果可以看出,中国平安股票收益率序列的自相关和偏相关系数大部分落于2倍的标准差之内,同时每一个Q-stat与之对应的P值均大于0.05,所以可以得出在95%的置信区间上不存在显著相关性的结论。在满足序列不存在显著相关性的条件下,可以将均值方程定义为白噪声,模型$R_t=U_t+\alpha_t$成立。通过运行Eviews软件,输出结果见表4。

表4 GARCH模型结果

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.84E−06	3.03E−06	2.253284	0.0242
RESID$(-1)^2$	0.104214	0.018644	5.589761	0.0000
GARCH(−1)	0.890512	0.016949	52.54075	0.0000

由表4可以得到中国平安股票收益率的波动率的GARCH模型公式,即:

$$\sigma_t^2=0.00000684+0.104214\alpha_{t-1}^2+0.890512\sigma_{t-1}^2$$

根据公式 $\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(R_i^c-\overline{R}_i^c)^2\div(n-1)}$，以股票收盘价计算2015年8月30日～2015年11月30日期间的 σ_{t-1}^2。其中n=482，最终计算出 σ_{t-1}^2 =0.233684，α_{t-1}^2 =0.0006954，代入GARCH公式得：σ_t^2 =0.208177，表示未来三个月内中国平安股票收益率的预计波动率。

3. 根据中国平安股票股利的支付情况进一步精确中国平安股票期权的定价。根据历年中国平安股票分红的实际情况，预测2015年11月30日之后未来三个月内股利的发放情况（数据来源于网易财经网），见表5。

表5　　中国平安历年股票分红情况　　单位：元/每股

除权除息日	分红方案	除权除息日	分红方案
2010年07月13日	0.30	2013年05月20日	0.30
2010年09月09日	0.15	2013年09月10日	0.20
2011年07月21日	0.40	2014年06月27日	0.45
2011年09月02日	0.15	2014年09月10日	0.25
2012年07月16日	0.25	2015年07月27日	0.50
2012年09月26日	0.15	2015年09月09日	0.18

观察表5可得：从股票分红的次数来看，股票每年分红两次，2015年的7月和9月已经完成了两次分红；从分红的时间来看，大都发生在7月和9月，只有2013年的第一次分红发生在5月。因此，可以推断2015年11月30日之后的三个月内不会发生分红的现象，对于红利对中国平安股票期权的影响则不需要再考虑。

假设中国股票期权的执行价格设定为30元，2015年12月30日中国平安股票的价格为33.8元，R_f^c=2.61%，σ_t^2 = 0.208117，预计三个月内不再发放股利，计算三个月的股票期权价格。根据 d_1=0.665514、d_2=0.437415，查找累计Z值分布表，得：$N(d_1)$=0.7472，$N(d_2)$=0.6685。

将以上数值代入股票期权定价公式得到：中国平安股票的看涨期权C=5.33（元），看跌期权P=1.34（元）。

四、建议

股票期权的产生在一定程度上为投资者规避风险提供了新利器，便于投资者更好地管理股票的波动性。股票期权在风险管理方面具有其他金融工具无法替代的作用，我国正在打造可以走向国际并具有自己品牌形象的衍生品市场。此前，股指期货交易与卖空机制的引入为股票期权产品的上市奠定了良好基础。在我国试点股票期权有助于完善资本市场的风险管理功能和价格发现机制，降低市场波动性，丰富交易品种和交易机制，也有利于丰富投资者的管理方式，提高机构投资者的专业水准，对促进我国资本市场健康发展、提高资本市场服务实体经济能力、提升我国资本市场的国际竞争力均具有重要意义。为了我国股票期权市场可以顺利起步和发展，本文提出以下参考性建议：

1. 完善股票期权的定价模型。股票期权的成功上市以及之后的平稳交易与其合理的定价有着很重要的关系，由于目前国内已经发行的期权只有上证50ETF股指期权，真正的股票期权还没有上市，虽然学者们提供了对股票期权定价的许多方法，但是并没有应用到实际上，上文提到的股票期权定价方法可以起到借鉴作用。美国的股票期权是非常成熟的衍生交易产品，合理借鉴国外的成功经验有利于我国股票期权市场的平稳发展。

2. 提高投资者参与股票期权市场的能力。从投资机构的角度出发，因为投资机构的交易数额相对较大，对股票期权市场的波动性影响较大，所以需要投资机构积极参与股票期权交易的专业人才培养。从个人投资者的角度来看，股票市场散户所占的比例大约为八成，股票期权市场终将是散户涉足的地方，因此，提高个人投资者的投资水平有利于维护整个股票期权市场的稳定性。除此之外，对股票期权交易开户的同时，需要对参与者关于股票期权的认知进行考察，并对交易目的以及风险承受能力进行合理度量，充分了解并遵守股票期权的交易制度。

3. 加强对股票期权市场的监管及风险防范。股票期权具有良好的价格发现功能，但如果监管力度过大将导致期权的流动性降低，最终将减弱该功能。只有投资者积极地参与到股票期权的交易中来，才能提高股票期权的流动性，从而加强股票期权的价格发现功能。如果对股票期权的监管力度不够，则容易造成整个期权市场的动荡，进而给整个资本市场的正常运行带来较大的冲击，最终导致股票期权的上市成为一个失败的衍生品创新。2014年12月5日证监会已经就《股票期权交易试点管理办法（征求意见稿）》及相关指引向社会公开征求意见，随着股票期权上市的进一步推进，就更需要出台完善的相关制度，合理监管和控制股票期权的上市、流通、交易以及结算对我国股票期权的发展具有重大意义。

主要参考文献：

潘涛，邢铁英. 中国权证定价方法的研究：基于经典B-S模型及GARCH修正模型比较的分析框架[J]. 世界经济，2007（6）.

汪来喜，丁日佳. 基于GARCH模型的股票期权定价方法研究[J]. 金融理论与实践，2008（2）.

郑振龙，黄薏舟. 波动率预测：GARCH模型与隐含波动率[J]. 数量经济技术经济研究，2010（1）.

刘青，戴经跃，杨超. 基于GARCH族模型的收益波动率预测绩效评估方法[J]. 统计与决策，2015（9）.

杜玉林. Black-Scholes公式中无风险利率常数假设的一种改进[J]. 上海经济研究，2012（4）.

任智格，何朗，黄樟灿. 一种无风险利率时变条件下的Black-Scholes期权定价模型[J]. 数学杂志，2015（1）.

作者单位：东北农业大学经济管理学院，哈尔滨150030