

基于 Pair Copula-SV-t 模型的 金融市场相关性分析

张学功(博士), 薛志超, 吕 龙

【摘要】 随着国家金融改革的进行,人民币国际化及资本账户开放的举措进一步推进,特别是2015年12月人民币成功加入SDR,不同资本市场资金的联动性研究也被提升到了一个重要的地位。本文将SV-t模型和Pair-copula分解相结合,创造性地提出Pair copula-SV-t模型来度量金融资产间的相关性,该模型在运用SV-t模型度量边缘分布的基础上,通过Pair-copula方法来得到高维联合分布。在对中国、美国和日本三个股票市场相关性结构的实证分析中发现,尽管Pair-copula模型和普通的多元Copula模型得到了相关性结构,但似然比检验显示Pair-copula模型在度量相关性方面更为有效。研究结论印证了中日股市相关性略高于中美股市,且美日股市相关性大大高于中日股市,并为跨境金融监管与合作提供了指导建议。

【关键词】 Pair-copula分解; 随机波动率; 相关性

【中图分类号】 F832.5

【文献标识码】 A

【文章编号】 1004-0994(2016)18-0076-5

一、引言

金融资产收益之间的相关性度量在风险管理、资产定价、量化策略设计等方面发挥着极其重要的作用,一直是金融领域的研究热点。特别是近年来人民币国际化、资本账户未来的放开,A股市场与中国香港、德国资本市场合作等背景下,有关金融资产及资本市场联动性的研究逐渐增多。无论是从模型角度,还是从理论与应用角度,研究多个市场间的相关性对于进一步了解其背后的形成与运行机制,深化国际合作以及加强国际金融风险监管都具有一定的现实意义。

传统的投资组合理论在资产相关性方面以Pearson相关系数作为度量工具,但这种线性的、非尾部的相关性并不符合实际。随着Embroych(1999)将Copula函数引入金融领域,这种不限制边缘分布、可以度量非对称的尾部相关性、构建灵活、估计简单的模型迅速引起金融学者的浓厚兴趣。Nelsen(2006)系统地介绍了各种常见Copula模型的估计、模拟方法。Fei、Fuentes和Kalotychou(2013)运用静态和动态Copula分析了欧洲CDS和Stock之间的相关性,发现动态Copula可以更好地反映两个市场间的联系。国内学者如韦艳华和张世英(2007)、曹洁和程希骏(2011)、居姗和袁振飞(2013)在对我国股票市场的研究后,发现Copula函数在相关性及数据拟合分析方面具有良好的研究特性。柏满迎和孙禄杰(2007)在

美元与欧元组合的实证研究中表明,基于Copula的VaR方法能够更加有效地测量风险。

尽管Copula模型已经成为资产相关性度量和风险测量的重要工具,但直接将二元Copula扩展到高维还是存在诸多问题,例如在高维T-copula中,自由度参数仅有一个,没有考虑到维数问题,而自由度又是控制尾部相关性的重要变量,但实际上两两资产间的尾部相关系数极有可能并非由相同的自由度决定;另外,多元Copula的统计推断也是个问题,故长久以来,绝大多数关于Copula的文献仅局限于二元Copula模型。为了解决高维相关性问题,Bedford和Cooke(2001)、Kurowicka(2006)等人在普通Copula模型的基础上,提出了Pair-copula分解方法,将高维密度函数分解为诸多二元Copula和边缘密度的组合形式,极大地扩展了Copula理论在高维问题上的运用。

本文在Pair-copula理论的基础上,运用SV-t模型来拟合金融资产收益率的边缘分布,即运用Pair copula-SV-t模型来度量资产相关性。

二、SV-t模型

为了较好地刻画资产收益率的边缘分布,本文选用Taylor于1986年提出的随机波动率模型(SV),与GARCH类模型不同,SV模型在波动率方程中添加了信息项,使得波动率

【基金项目】 华中科技大学自主创新研究基金项目“收分化、消费差异、经济增长与财政政策的再分配效应”(项目编号:2014AC045)

的演化路径不再只取决于以往的信息(波动率滞后项和残差平方滞后项),更符合实际,模型具体形式如下:

$$\begin{cases} y_t = \text{Exp}\left(\frac{h_t}{2}\right)\varepsilon_t; & \varepsilon_t \sim N(0, 1) \\ h_t = \mu + \varphi(h_{t-1} - \mu) + \sigma_\eta \eta_t; & \eta_t \sim N(0, 1) \end{cases}$$

Andersen(1994)等人也证实了SV模型比GARCH模型更能反映收益率的真实动态特征,同时,由于SV模型同连续随机模型联系紧密,可以直接用于期权等衍生品定价,因此受到部分学者的青睐。然而,由于隐变量(波动率)的存在,使得SV模型直接求解似然函数会面临高维积分的问题:

$$L(y; \theta) = \int p(y, h; \theta) dh = \int \prod_{t=1}^T p(y_t | h_t, \theta) p(h_t | h_{t-1}, \theta) dh_1 \cdots dh_t$$

针对SV的估计,Ruiz(1994)将卡尔曼滤波和极大似然估计结合,提出伪极大似然估计(QML)方法;Andersen和Sorensen(1996)将广义矩(GMM)方法引入SV模型的估计中,并通过MC实验验证了其在大量样本下的有效性。然而,无论是QML还是GMM方法,在非大量样本下,估计量都是非有效的。Jacquier于1994年将马尔科夫过程引入到MC方法中并提出马尔科夫链蒙特卡罗方法(MCMC),该方法通过对参数后验分布的不断抽样来估计参数,以规避直接求似然函数所面临的高维积分问题,由于该方法在估计参数的同时也可以得到波动率序列,且具有普通SV框架下易于实现、不依赖于大量样本、容易进行模型诊断等优点,因此一经提出便迅速得到广泛应用。Meyer和Jun Yu(2000)详细介绍了在Winbugs软件中使用MCMC方法估计SV模型的流程;Jacquier、Polson和Rossi(2004)将MCMC的应用从普通SV扩展到带杠杆效应的SV-t上;Jun Yu(2005)使用MCMC模型估计了带杠杆效应的SV模型,并对S&P 500指数和CRSP指数做了实证研究,发现两大市场上均存在杠杆效应。受国外学者的启发,国内学者也开始运用MCMC方法估计SV模型,且很多学者都是直接使用Winbugs软件,如黄大海(2003)、朱慧明(2007)。

对于金融市场收益率普遍存在的“尖峰厚尾”现象,使用t分布假设显然比普通SV模型更为合理,SV-t的具体形式如下:

$$y_t = \text{Exp}\left(\frac{h_t}{2}\right) \lambda_t^{\frac{1}{2}} \varepsilon_t; \varepsilon_t \sim N(0, 1), \lambda_t \sim \text{IG}\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\nu}{2}\right)$$

$$h_t = \mu + \varphi(h_{t-1} - \mu) + \sigma_\eta \eta_t; \eta_t \sim N(0, 1)$$

在MCMC框架下,该模型具体的参数抽样顺序如下:

step1: $P(h | y, \lambda, v, u, \varphi, \sigma_\eta) = P(h | y, \lambda, u, \varphi, \sigma_\eta)$

step2: $P(\lambda | y, h, v, u, \varphi, \sigma_\eta) = \prod_{t=1}^T P(\lambda_t | y_t, h_t, u, v)$

step3: $P(v | y, h, \lambda, u, \varphi, \sigma_\eta) = P(u | \lambda)$

step4: $P(\sigma_\eta | y, h, \lambda, v, u, \varphi) = P(\sigma_\eta | h, u, \varphi)$

step5: $P(u | y, h, \lambda, v, \varphi, \sigma_\eta) = P(u | h, \varphi, \sigma_\eta)$

step6: $P(\varphi | y, h, \lambda, v, u, \sigma_\eta) = P(\varphi | h, u, \sigma_\eta)$

我们只要按照上述抽样顺序,从设定的后验分布中抽取一定量的样本(1000~5000),然后对样本求取均值就可以得到MCMC方法的参数估计量。

三、Pair-copula分解

受到普通Copula理论的启发,Bedford和Cooke(2001)、Kurowicka(2006)将高维密度函数分解为一系列二元Copula函数和边缘概率密度函数乘积的形式,从而在刻画资产相关结构方面比传统多元Copula方法有更强的灵活性,这就是所谓的Pair-copula分解(decomposition)。下面对这一理论予以简要说明:

设 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是n维随机变量,其联合密度函数可分解为如下形式:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_n(x_n) f(x_{n-1} | x_n) f(x_{n-2} | x_{n-1}, x_n) \cdots f(x_1 | x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

且根据Sklar定理(1959),任意一个多元分布函数可以通过合适的Copula函数链接边缘分布来实现,即: $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(u_1, u_2, \dots, u_n)$; $u_i = F_i(x_i)$ 为边缘分布。

故联合密度函数又可以表示为:

$$\begin{cases} f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_{1, \dots, n}(u_1, u_2, \dots, u_n) f_1(x_1) \cdots f_n(x_n) \\ c_{1, 2, \dots, n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{\partial C(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\partial u_1 \cdots \partial u_n} \end{cases} \quad (2)$$

通过(2)式,我们可以很容易得到条件密度函数的递推式:

$$f(x | v) = c_{xv_j | v_{-j}} \{F(x | v_{-j}), F(v_j | v_{-j})\} f(x | v_{-j}) \quad (3)$$

$$v = [v_1, \dots, v_j, v_{j+1}, \dots, v_d]$$

$$v_{-j} = [v_1, \dots, v_{j-1}, v_{j+1}, \dots, v_d]$$

通过(1)(3)两式我们可以写出任意随机变量向量的联合密度函数,例如一个四元随机向量的联合密度可分解为:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1) f(x_2 | x_1) f(x_3 | x_1, x_2) f(x_4 | x_1, x_2, x_3)$$

$$\text{其中 } f(x_2 | x_1) = \frac{f(x_2, x_1)}{f_1(x_1)} = \frac{c_{12}(u_1, u_2) f_1(x_1) f_2(x_2)}{f_1(x_1)} = c_{12} \{u_1, u_2\} f_1(x_1) f_2(x_2)$$

$$f(x_3 | x_2, x_1) = \frac{f(x_2, x_3 | x_1)}{f(x_2 | x_1)} = \frac{c_{2311} \{u_{21}, u_{31}\} f(x_2 | x_1) f(x_3 | x_1)}{f(x_2 | x_1)}$$

$$= c_{2311} \{u_{21}, u_{31}\} f(x_3 | x_1) = c_{2311} \{u_{21}, u_{31}\} c_{13} \{u_1, u_3\} f_3(x_3)$$

$$f(x_4 | x_3, x_2, x_1) = \frac{f(x_4, x_3 | x_2, x_1)}{f(x_3 | x_2, x_1)}$$

$$= \frac{c_{3412} \{u_{312}, u_{412}\} f(x_3 | x_1, x_2) f(x_4 | x_1, x_2)}{f(x_3 | x_1, x_2)}$$

$$= c_{3412} \{u_{312}, u_{412}\} f(x_4 | x_1, x_2)$$

$$= c_{3412} \{u_{312}, u_{412}\} c_{2411} \{u_{21}, u_{41}\} f(x_4 | x_1)$$

$$= c_{3412} \{u_{312}, u_{412}\} c_{2411} \{u_{21}, u_{41}\} c_{14} \{u_1, u_4\} f_4(x_4)$$

$$\Rightarrow f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3)f_4(x_4)c_{12}\{u_1, u_2\}c_{13}\{u_1, u_3\}c_{14}\{u_1, u_4\} \times c_{23|1}\{u_{2|1}, u_{3|1}\}c_{24|1}\{u_{2|1}, u_{4|1}\}c_{34|12}\{u_{3|12}, u_{4|12}\}$$

然而,上述分解并非唯一的,同样借助(1)(3)两式,四元变量联合密度还可以分解为:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_2(x_2)f(x_3|x_2)f(x_1|x_3, x_2)f(x_4|x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3)f_4(x_4)c_{12}\{u_1, u_2\}c_{23}\{u_2, u_3\}c_{34}\{u_3, u_4\} \times c_{13|2}\{u_{1|2}, u_{3|2}\}c_{24|3}\{u_{2|3}, u_{4|3}\}c_{14|23}\{u_{1|23}, u_{4|23}\}$$

另外,随着维数的增加,分解的形式也在急速增加,根据Aas(2009)等人统计,在四维变量下有24种不同的分解模式,在五维变量下有240种不同的分解模式。为了有效地组织各种分解式, Bedford 和 Cooke (2001) 引入“正则藤”(Regular Vine)的图论模型,其中在金融领域最常见的有两种形式:C藤(Canonical-vine)和D藤(D-vine),具体模式如图1、图2:

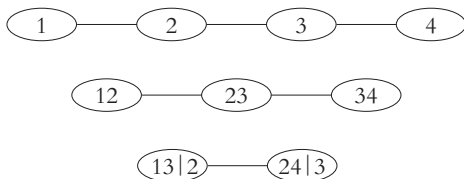


图 1 D 藤

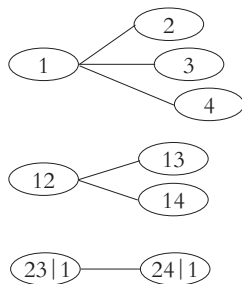


图 2 C 藤

在C藤和D藤结构下,我们可以很容易地得到联合密度的表达式:

$$D\text{-Vine}: f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{i, i+j|1, \dots, i+j-1} \{u_{i|i+1, \dots, i+j-1}, u_{i+j|i+1, \dots, i+j-1}\} \quad (4)$$

$$Canonical\text{-Vine}: f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{j, i+j|1, \dots, j-1} \{u_{j|1, \dots, j-1}, u_{i+j|1, \dots, j-1}\} \quad (5)$$

对应的似然函数可写为:

$$D\text{-Vine}: \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{n-j} \sum_{t=1}^T \text{Log} [c_{i, i+j|1, \dots, i+j-1} \{u_{i, t|i+1, \dots, i+j-1}, u_{i+j, t|i+1, \dots, i+j-1}\}] \quad (6)$$

$$Canonical\text{-Vine}: \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{n-j} \sum_{t=1}^T \text{Log} [c_{j, i+j|1, \dots, j-1} \{u_{j, t|1, \dots, j-1}, u_{i+j, t|1, \dots, j-1}\}] \quad (7)$$

显然,在三元变量情况下,(6)(7)两式等价,在选定每个二元 Copula 函数后就可以对上述两式直接做极大似然估计求解出藤结构 Copula 的待估参数向量,由于边缘分布的参数和 Copula 部分参数是分开估计的,故这种方法也叫两步极大似然估计, Aas(2009)和 Haff(2013)都做了详细介绍。

四、实证分析

本部分将利用上面介绍的 Pair-copula 方法来研究沪深 300 指数、标准普尔 500 指数和日经 225 指数自 2006 年 1 月 4 日至 2015 年 1 月 5 日的相互关系(数据来源:同花顺 iFinD)。由于三大市场交易日不同,本文首先计算了三大指数的日对数收益率: $y_t = (\text{Log}P_t - \text{Log}P_{t-1}) \times 100$, 然后选取共同的交易日数据作为研究样本。具体的描述性统计如表 1:

表 1 描述性统计

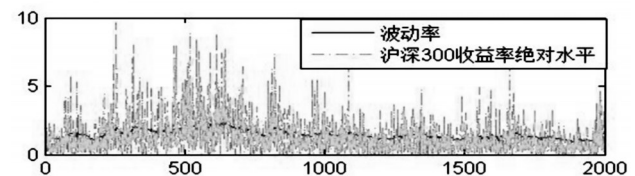
	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量
沪深 300	0.036	1.853	-0.4004	6.015	811.41
标普 500	0.027	1.336	-0.2158	13.32	8891.2
日经 225	0.0003	1.661	-0.5484	10.95	5368.8

上述结果显示三大指数收益率明显是非正态的,考虑到金融市场收益率“尖峰厚尾”的性质,我们采用 SV-t 模型来拟合边缘分布,估计方法使用前述的 MCMC 方法,循环抽样 5000 次,然后“预烧”(burn in)掉前 1000 次,对剩余 4000 次抽样结果取均值,得到的估计结果(括号内为标准差)如表 2 所示:

表 2 SV-t 估计结果

	μ	φ	σ_η	ν
沪深 300	0.8869 (0.03)	0.9841 (0.04)	0.057 (0)	15.1487 (0.09)
标普 500	0.6719 (0.02)	0.9849 (0.07)	0.095 (0)	15.086 (0.06)
日经 225	0.8042 (0.02)	0.9748 (0.05)	0.0934 (0)	17.4838 (0.03)

从表 2 可以看到,沪深 300 指数的长期波动水平最高,约为 1.56 ($e^{0.89/2}$),其次是日经 225 指数,最后是标普 500 指数,表明从长期来看,沪深 300 指数比另外两大指数有更高的不确定性,这与描述性统计结果一致。从持续性上看,标普 500 指数波动的持续水平最高,沪深 300 指数次之,日经 225 指数持续水平最低。自由度的估计结果显示,三大指数收益率非正态性的假设是较为合理的。另外,从图 3 来看,根据 SV-t 模型得到的波动率可以较好地反映收益率的动态特征。



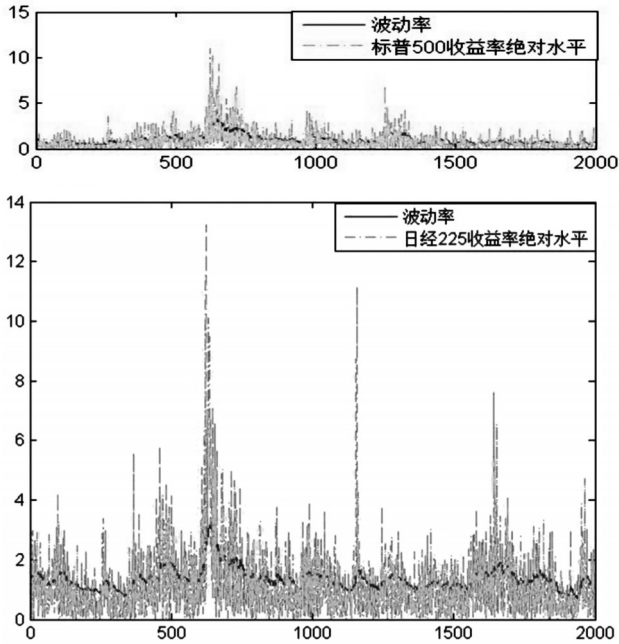


图 3 波动率和收益率绝对值

接下来,利用 Pair-copula 模型将边缘分布联结起来以刻画三个市场之间的相互关系,但是 Pair-copula 技术涉及多次 Copula 模型的选择问题。常用的 Copula 主要有: Gaussian-copula、T-copula、Gumbel-copula、Clayton-copula 和 Frank-copula 五种,其中 Gaussian-copula 主要刻画非尾部的对称相关性,T-copula 着重刻画对称尾部的相关性,Gumbel-copula 能够刻画上尾部的相关性,但在下尾部却是渐近独立的,Clayton-copula 与 Gumbel-copula 的情况却正好相反, Frank-copula 只能刻画非尾部的相关关系。尽管单独使用单一 Copula 来刻画资产相关性不如构建一个混合 Copula 函数,但在 Pair-copula 模型框架下使用混合 Copula 函数将带来待估参数维数激增(例如 Lin Hu 于 2006 年利用 Gaussian-copula、Clayton-copula 和 Gumbel-copula 构建的混合 Copula 包含两个权重参数和三个 Copula 参数),在三资产的 Pair-copula 下使用混合 Copula 将有 15 个待估参数,在四资产 Pair-copula 模型下使用混合 Copula 会带来 30 个待估参数,五资产 Pair-copula 模型下则会有 50 个待估参数。考虑到可能产生的“维数灾难”问题,同时考虑到 T-copula 能够捕捉到两个尾部的相关性,本文参考 Aas 和 Czado(2009)的做法,使用 T-copula 作为 Pair-copula 构建过程中唯一使用的 Copula 函数,在这种方法下,三资产相关性建模只需估计 6 个参数。T-copula 密度函数表达式如下:

$$c = \frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} = \frac{\Gamma(\frac{v+2}{2})/\Gamma(\frac{v}{2})}{v\pi t(x_1, v)t(x_2, v)\sqrt{1-\rho_{12}^2}} \left\{ 1 + \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2\rho_{12}^2 x_1 x_2}{v(1-\rho_{12}^2)} \right\}^{\frac{v+2}{2}} \quad (8)$$

其中, $t(x, v)$ 是自由度为 v 的标准 t 分布密度函数, $x_i = t^{-1}(u_i, v), i=1, 2$ 。

解决了 Pair-copula 模型的选择问题后,我们将(8)式代入(6)(7)两式,运用极大似然估计求解参数向量,得到结果如表 3。其中,下标 SH、SP 和 RJ 分别表示沪深 300 指数、标普 500 指数和日经 225 指数, ρ 和 v 分别为相关系数和自由度。

表 3 Pair-copula 估计结果

	初值	终值
$\rho_{SH\ SP}$	0.168	0.1695
$\nu_{SH\ SP}$	58.09	51.998
$\rho_{SP\ RJ}$	0.55	0.556
$\nu_{SP\ RJ}$	9.28	9.83
$\rho_{SHRJ SP}$	0.22	0.22
$\nu_{SHRJ SP}$	70.00	69.28
对数似然值	419.634	419.667

本文首先使用 T-copula 模型对两两资产间相关性进行建模得到待估参数的初值,然后再进行一次极大似然估计得到终值。上述估计结果显示,标普 500 指数和日经 225 指数之间的相关性明显高于标普 500 指数和沪深 300 指数,即美日股票市场之间的联系更加紧密,这是因为美日在政治经济上的交往更为密切,美国在诸多领域对日本有很强的控制力和影响力,日本金融市场同美国的政策周期、经济周期息息相关。另外,日经 225 指数和沪深 300 指数之间的相关系数为 0.22,略高于标普 500 指数和沪深 300 指数的相关性。

为了进一步比较 Pair-copula 方法和传统多元 T-copula 差异,我们计算了三元 T-copula 模型框架下三大指数的相关性,具体如表 4 所示:

表 4 普通多元 T-copula 估计结果

	初值	终值
$\rho_{SH\ SP}$	0.168	0.173
ρ_{SPRJ}	0.55	0.559
$\rho_{SH\ RJ}$	0.22	0.274
ν	31.00	32.41
对数似然值	410.45	411.84

本文对上述结果做似然比检验,统计量值约为 15.66,这一结果大幅高于显著性水平为 5%的自由度为(6-4)的卡方分布值(5.99),表明 Pair-copula 方法比传统的多元 Copula 方法更为有效。另外,我们还发现在三元 T-copula 模型下得到了与 Pair-copula 相同的结论:中日股市相关性略高于中美股市,美日股市相关性大大高于中日股市。

五、结论及政策启示

本文为分析和研究国际资本市场以及国内不同层次资本市场联动性提供了新的思路。Pair-copula 分解方法为解决

普通 Copula 模型难以解决的高维相关性问题的可行方案,将联合密度函数分解为一系列二元 Copula 和边缘密度函数使得复杂的问题大为简化。本文在利用厚尾 SV 模型拟合边缘分布的基础上,利用 Pair-copula 方法分析了沪深 300、标普 500 和日经 225 等三大指数之间的相关关系。主要研究结论如下:

1. 三大指数收益率的非正态性表现显示,沪深 300 指数和日经 225 指数均超过 1.5 个标准差,分别达到 1.85 和 1.86,标普 500 指数则为 1.34。从偏度和峰度系数看,也进一步确认了“尖峰厚尾”的特点。

2. 利用 SV-t 模型和 MCMC 方法对上述数据的边缘分布拟合显示,沪深 300 指数的长期波动性水平最高,约为 1.56 ($e^{0.89/2}$),其次是日经 225 指数,最后是标普 500 指数。这表明从长期来看,沪深 300 指数比另外两大指数具有更高的不确定性,根据 SV-t 模型得到的波动率可以较好地反映收益率的动态特征。这也表明,与美国、日本资本市场相比,中国资本市场的发展还不成熟,投资风险依然较大。

3. 利用 T-copula 作为 Pair-copula 构建中使用的 Copula 函数将边缘分布联结起来刻画的三个市场之间的相互关系表明,在三元 T-copula 模型下的似然比检验显著,美日股票市场之间的联系更加紧密。此外,日经 225 指数和沪深 300 指数之间的相关性高于标普 500 指数和沪深 300 指数之间的相关性。综合而言,经济发达、金融开发程度高的国家间资本市场的相关性水平高于发展中国家的经济体。同时,地缘国或经济体之间的经济贸易往来也提升了国家或经济体之间资本市场的联动性。

近年来,我国人民币国际化、利率市场化、资本账户在自贸区试点放开等领域进行的一系列金融改革,以及“一带一路”经济带和亚洲基础设施开发银行的成立与运行,表明我国资本市场与美国、日本等资本市场国家及丝绸之路经济带周边国家的合作加强,资本市场之间的联动性将会进一步提升,同时外部金融冲击的风险日益增加。因此,在制定和实施经济、金融的改革中,不仅要关注国家实体经济与金融经济的发展情况,也要意识到国际经济体之间的联动性影响。此外,应该进一步加强与发达经济体的经济与金融的合作与协调,建立多边谈话与磋商的国际金融风险管理机制,积极应对国际金融风险。

主要参考文献:

韦艳华,张世英.多元 Copula-GARCH 模型及其在金融风险分析上的应用[J].数理统计与管理,2007(3).

曹洁,程希骏.基于时变 pair-copula 的多资产投资组合 VaR 分析[J].中国科学技术大学学报,2011(12).

居姗,袁振飞.时长不等数据的 vine-copula 建模及多资产组合 VaR 分析[J].数理统计与管理,2013(6).

柏满迎,孙禄杰.三种 Copula-VaR 计算方法与传统 VaR 方法的比较[J].数量经济技术经济研究,2007(2).

黄大海.中国股票市场价格波动的理论与实证研究[D].天津:天津大学,2003.

朱慧明,李峰,杨锦明.基于 MCMC 模拟的贝叶斯厚尾金融随机波动模型分析[J].运筹与管理,2007(4).

Fei F., Fuertes A. M., Kalotychou E.. Modeling Dependence in CDS and Equity Markets: Dynamic Copula with Markov-switching [J]. Social Science Electronic Publishing, 2013(1).

Bedford T., Cooke R. M.. Probability Density Decomposition for Conditionally Dependent Random Variables Modeled by Vines [J]. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 2001(32).

Hanea A. M., Kurowicka D., Cooke R. M.. Hybrid Method for Quantifying and Analyzing Bayesian Belief Nets [J]. Quality & Reliability Engineering International, 2006(6).

Ruiz E.. Quasi-maximum Likelihood Estimation of Stochastic Volatility Models [J]. Journal of Econometrics, 1994(63).

Andersen T. G., Sorensen B. E.. GMM Estimation of a Stochastic Volatility Model: A Monte Carlo Study [J]. Journal of Business & Economic Statistics, 1996(14).

Jacquier E., Polson N. G., Rossi P. E.. Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 1994(12).

Jacquier R., Polson N. G., Rossi P. E.. Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with Fat-tails and Correlated Errors [J]. Journal of Econometrics, 2004(1).

Jun Yu. On Leverage in a Stochastic Volatility Model [J]. Journal of Econometrics, 2005(127).

Aas K., Czado C., Frigessi A., Bakken H.. Pair-copula Construction of Multiple Dependence [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2009(44).

Haff I. H.. Parameter Estimation for Pair-copula Constructions [J]. Bernoulli, 2013(19).

作者单位:华中科技大学经济学院,武汉 430074