基于B-S期权模型的环境污染责任保险保费厘定

郭莲丽[1](博士)，李建勋[2](副教授)，雷蕾[1]

【摘要】本文利用B-S期权定价理论，根据不同保险要求，给出绝对免赔额、相对免赔额、消失免赔额和总计免赔额条件下的环境责任保险保费厘定方法。提出采用期权定价方式进行环境责任保险保费厘定的前提条件，并分析了赔偿限额与保费之间的关系，探讨了无风险利率、平均损失额、承保期限、赔偿限额、免赔额、免赔比率等参数对保费产生的影响，为多种情况下的环境责任保险的保费厘定提供了一个解决方案。最后，通过一组石油化工行业环境污染的损失数据测算了该行业所需缴纳的环境污染责任保费费率，以期为我国环境责任保险试点提供理论参考和决策支持。

【关键词】期权定价；环境责任保险；保费厘定

【中图分类号】F840　　【文献标识码】A　　【文章编号】1004-0994(2016)05-0096-6

一、引言

自从1973年Black和Scholes根据股价波动符合几何布朗运动的假定发表B-S模型以来，已有众多学者相继投入到B-S期权定价的相关研究领域。学者们逐渐发现精算定价与期权定价类似，二者都是对不确定问题的研究与探讨，因此可以将期权定价中的一些成熟理论引入到精算定价中，并建立相应的估算模式。

在国外，Merton首先提出了利用期权定价解决保费厘定的思想，其后Doherty以"或有要求权"为主体探讨了财产和责任保险的期权定价；Jung则将保险看作是具有复杂偶然性的新型期权，同时说明了再保险期权定价的可行性；Cummins还明确地将保费作为类似期权的衍生金融资产进行了分析。在实证研究上，Perold和Myers利用期权理论分析了保险资本的配置与风险管理问题；Ziegler则把存款保险看作永久看跌期权，研究了存款保险的成本与收益；Milevsky还通过建立未来风险率和利率的随机模型，开展了基于死亡风险年金的看涨期权估价；Phillips等则给出了多产品保险公司的期权定价模型。

在国内，彭斌对保险的期权特征深入分析后认为，保险实质上就是一种买权，保险费费率就是该买权的价格，并从理论和实证两方面阐述了如何运用B-S期权定价模型确定存款保险价格的问题。李晨引入期权定价理论，在偿付额为常数的条件下，利用保险精算方法得到了全额担保和部分担保两类保证险的保险精算定价公式。黄建兵则从供需的均衡出发，考虑了保险市场、资本市场以及政府税收等因素，应用期权方法计算了保险合同的费率。孙建胜借助期权博弈框架和期权定价理论，分析了免赔额保险的公平定价问题，得出了基本模型和扩展模型两种情形下的博弈均衡结果，即保单的无套利价值。陈丽萍等借助期权定价理论，利用鞅方法和保险精算方法，得到了鞅定价公式和保险精算定价公式。

在应用方面，周佰成等给出了索赔额分布服从指数分布、Γ-分布、混合指数分布、对数正态分布时的汽车保险损失率的期权定价公式。张鸿雁则引入一种基于退休年金的欧式看涨期权，此期权赋予合约持有者在退休年龄或其他年龄以某一约定价格(执行价格)购买一份退休年金而受益的机会。郑红却将期权定价与精算定价整合于医疗保险精算领域，通过规范的经济分析将纯保费测算问题转化为期权定价问题，实现了考虑免赔额、共同保险和赔偿限额的纯保费期权定价。另外，林宝清和赖叔懿也分别探讨了期权模型在财产保险偿付能力和银行存款保险上的应用。

综上所述，学者们已经确认了采用B-S期权定价模型开展保费厘定的可行性，并在医疗保险、财产保险等方面进行了应用。然而，环境污染包括化学污染、物理污染和生物污染等，种类繁杂多样，风险异质性突出，危害程度不一，时效性通常无法确定，从而引起事故损失难以计算等诸多问题。加之我国对于环境污染的统计数据是从20世纪90年代开始采集的，且记录不全，数据积累过少，使用传统的保险精算定价方式难以确定费率。虽然孙宗晟等探讨了B-S期权定价模型在环境

【基金项目】西安市软科学基金项目"西安市环境污染责任保险费率厘定策略研究"(项目编号:HJ1111)

责任保险中的适用性，游桂云、李志学等开展了环境责任保险的期权定价研究，但尚未深入到对不同环境污染风险问题的应对上，也未考虑到赔偿限额和各参数对保费的影响问题。为此，本文拟基于B-S期权定价探讨绝对免赔额、相对免赔额、消失免赔额和总计免赔额四种情况下环境责任保险保费的厘定，并在赔偿限额的约束下对保费厘定进行修正与实例分析，以及无风险利率、平均损失额、承保期限、赔偿限额、免赔额、免赔比率等参数对保费厘定的影响分析。

二、环境责任保险的期权定价模型

1. *绝对免赔额条件下保费厘定。*在未来环境污染损失额服从对数正态分布的假设条件下，设S(t)表示t时刻环境污染损失额，C(S(t)，t)表示在t时刻保险人的保费，保险到期日为T(T≥t)，则t时刻投保人的环境污染损失额为S_t，期末投保人的损失额为S_T，最小保费计算期限为[0，T]。从投保人角度来看，投保人为了避免损失额超过预期值X(绝对免赔额)所带来风险的伤害，愿意以一定数额的资金C进行投保，此时环境责任保险可以看成是保险人(期权卖方)向投保人(期权买方)提供的期权，保费C就是投保人为了规避大额损失的权证，这个权证的价值由其到期日能够给投保人所带来的收益决定。

若将损失额看作标的资产，其类似于股票的价格，是不确定的。如果期末投保人的损失额S_T没有超过免赔额，则不执行期权，由投保人自负；一旦投保人的损失超过免赔额，则执行期权，在风险中性假设条件下，扣除免赔额后的期望损失值$E(S_T-X)$将由保险人承担。由此可见，在绝对免赔额条件下，环境责任保险合约可以看作期权买方为未来执行期权而向期权卖方支付的报酬，以补偿由于未来执行期权给卖方带来的经济损失，因此$E(S_T-X)$就等价于保险人向投保人收取的纯保费。由于保费在未来损失发生之前确定，需要将未来的期望损失进行贴现，故得到t时刻收取的纯保费为：

$$C_A=e^{-r(T-t)}E[(S_T-X)^+] \tag{1}$$

但从保险人角度来看，保险人认为期末投保人环境污染损失额不超过免赔额的概率更大。在保险合约并不执行时保险人获得了收益，但在损失超过免赔额时，保险人则需要承担投保人的部分损失，保险人为了从保险事务中获得未来的潜在收益，愿意让投保人缴纳一定数额的资金(C_{min})进行承保，C_{min}在理论上应大于未来环境污染损失额小于免赔额产生潜在收益的数学期望值。在将未来的期望收益进行贴现后，得到C_{min}，这实际上是一种看跌期权，如式(2)所示：

$$C_{min}=e^{-r(T-t)}E[(X-S_T)^+] \tag{2}$$

对于保险人来说，如果投保人支付的保费C小于C_{min}，则保险人不愿意承保，因为此时的保费小于理论上的期望收益，保险人只会选择$C\geqslant C_{min}$的客户，以使得自身利益最大化。故从期权角度来看，绝对免赔额条件下环境责任保险的保费由C_A给定，但同时还要求$C_A\geqslant C_{min}$。根据欧式看涨期权与看跌期权之间的平价关系，有$C_A+Xe^{-r(T-t)}=C_{min}+S_t$。因此$C_A-C_{min}=S_t-Xe^{-r(T-t)}\geqslant 0$，即$X\leqslant e^{r(T-t)}S_t$。由此可知，通过期权定价方式厘定环境责任保险，则免赔额的最大取值应为S_t在利率为r、时间长度为T-t时的复利值，否则投保人会认为免赔额已经超过当前的风险额，投保是无意义的。

式(1)、式(2)均采用无风险利率折算，无论是C_A还是C_{min}的计算，均取决于免赔额和损失的概率分布$F(S_T)$。设$F(S_T)$对应的概率密度函数为$f(S_T)$，在环境责任保险中，引起损失额的风险因素类型和产生的损失概率各不相同，但由于引起环境损失的风险因素众多，诸如有毒有机物、固体废弃物、环境噪音等，在足够多的风险因素的共同作用下，环境污染损失额的分布将接近于对数正态分布，我们就可以使用对数正态分布来估计环境污染的损失额。此时损失额的变化遵循带漂移的几何布朗运动规律：$\frac{dS}{S}=udt+\sigma dz$。其中：$\frac{dS}{S}$为环境污染导致的瞬间损失率；u为环境污染损失率的瞬间期望；σ为环境污染损失率的瞬间标准差。根据无套利定价原理，组合收益率应等于无风险利率，因此可假设环境污染损失率的瞬间期望u为无风险利率 r，进而由Ito引理可得S_T服从均值为$\ln S_t+(r-\sigma^2/2)(T-t)$、方差为$\sigma\sqrt{(T-t)}$的对数正态分布：$\ln S_T\sim N[\ln S_t+(u-\sigma^2/2)(T-t),\sigma\sqrt{(T-t)}]$。故得到t时刻给定环境污染损失额$S_t$下的期末损失额的概率密度函数为：

$$f(S_T)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(T-t)}}\exp\{\frac{[\ln(S_T/S_t)-(r-\sigma^2/2)(T-t)]^2}{2\sigma^2(T-t)}\} \tag{3}$$

将式(3)代入式(1)和式(2)，可将C_A和C_{min}转化为期权定价的表示形式。即：

$$\begin{aligned}C_A&=e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}(S_T-X)f(S_T)dS_T\\&=S_t\Phi(d_1)-Xe^{-r(T-t)}\Phi(d_2)\\C_{min}&=e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}(X-S_T)f(S_T)dS_T\\&=Xe^{-r(T-t)}\Phi(-d_2)-S_t\Phi(-d_1)\end{aligned} \tag{4}$$

其中：$d_1=\frac{\ln(S_t/X)+(r+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$；$d_2=d_1-\sigma\sqrt{T-t}$；Φ为标准正态分布函数。

2. *相对免赔额条件下保费厘定。*式(4)给出的基于B-S期权定价的环境责任保险定价，是一种纯粹的绝对免赔额形式下的保险定价，它适用于出险频率高的险种，在应用时可将绝对免赔额分几个档次和保费费率的大小建立关联。但由于环境责任保险的复杂性和多样性，绝对免赔额的保险形式不能够完全满足保险业务的需求。当投保人预料到由于天气、运输、操作等会造成一些小额环境污染损失，且保险人认为投保人并不具有夸大损失的动机时，相对免赔额更容易被投保人和保险人所接受。在相对免赔额的条件下，免赔额以两个百分比或一定金额表示。当损失低于规定的比例或金额时，保险人不承担赔偿责任；当损失高于规定的比例或金额

时，保险人将赔偿全部损失。其与绝对免赔额的不同之处在于：当损失达到规定数额后，对规定数额以下的部分也承担赔偿责任，其免赔只是相对的。在相对免赔额的情况下，如果期末投保人的损失额S_T没有超过免赔额，则不执行期权，由投保人自负，一旦投保人的损失超过免赔额，则可以执行期权，此时投保人扣除免赔额后的期望损失值为$E(S_T)$。得到纯保费为：

$$C_R=e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty} S_T f(S_T)dS_T=S_tN(d_1) \tag{5}$$

3. *消失免赔额条件下保费厘定*。当小额度损失不经常发生，而大额度损失发生概率递减幅度较大时，投保人愿意采用动态的免赔额策略，以规避巨额损失发生的风险。因此，投保人通常采用消失免赔额策略，使得免赔额随着损失的增加而减少，这实际上是对小额损失不予赔付，而对大额损失全部赔偿的策略。消失免赔额一般由免赔额起点值X和索赔比率$\eta(\eta>1)$构成，当损失额度小于免赔额起点值时，则由投保人自负；大于免赔额起点值时，则可进行索赔，其赔付金额为损失金额减去免赔额起点值后再乘以索赔比率，并且如果所算得的赔付金额大于损失额，则选用损失额作为赔付金额。

在消失免赔情况下，由于索赔比率$\eta>1$，因而其真实的免赔额为$S_T-\eta(S_T-X)=\eta X-(\eta-1)S_T$，可见其金额随着损失金额的增大而逐渐变小，直到$S_T\geq\eta X/(\eta-1)$时免赔额为零。从期权视角来看，如果期末投保人的损失额S_T没有超过免赔额起点值，则不执行期权，由投保人自负；一旦投保人的损失超过免赔额起点值，则可以执行期权，此时投保人扣除免赔额后的损失乘以索赔比率的期望损失值为$E[\eta(S_T-X)]$。由于当索赔额大于损失额时使用损失额作为索赔额，故将其修正为$E[\min(\eta(S_T-X),S_T)]$，从而得到消失免赔额条件下的纯保费为：

$$C_D=e^{-r(T-t)}\left[\int_X^{\eta X/(\eta-1)}\eta(S_T-X)f(S_T)dS_T+\int_{\eta X/(\eta-1)}^{\infty}S_Tf(S_T)dS_T\right] \tag{6}$$

将式(3)代入式(6)，整理得到：

$$C_D=\eta S_tN(d_1)+\eta Xe^{-r(T-t)}N(d_4)/(\eta-1)+\eta Xe^{-r(T-t)}N(d_4)-\eta S_tN(d_3)-\eta Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{7}$$

其中：$d_3=\dfrac{\ln((\eta-1)S_t/(\eta X))+(r+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$；

$d_4=d_3-\sigma\sqrt{T-t}$。

4. *总计免赔额条件下保费厘定*。在环境责任保险业务中，还存在一类保险，其环境污染发生频率很高，但发生后损失额度较小。若每次发生都进行索赔则费工耗时，因而投保人大多采用总计免赔额策略，把保险期内所有属于保险责任范围的损失加计在一起。如果全部损失低于总计免赔额，保险人不作任何赔付；若全部损失超过总计免赔额，保险人对超额部分的损失予以赔付。在总计免赔额条件下，保费的厘定方式除了损失额的分布发生变化外，其它并未发生改变。如果期末投保人的累计损失额S_Z没有超过免赔额，则不执行期权，由投保人自负；一旦投保人的累计损失额超过免赔额，则可以执行期权，此时投保人扣除免赔额后的期望损失值为$E(S_Z-X)$。然而要计算总计免赔额形式下的保费，则必须获得累计损失额的分布。

设在$[t,T]$时间段内发生的n次环境污染的损失额分别为$S_1,S_2,\cdots,S_n$，则累计的损失量为$S_Z=\sum_{i=1}^{n}S_i$。对同一投保人来说，S_Z中的风险都是同质风险，即S_i有相同的分布$F(s)$，故累计损失额S_Z的分布函数为：

$$F_Z(s)=P\{S_1+S_2+\cdots+S_n\leq s\}=F^{(n)}(s)$$
$$=\int_0^s(s-h)F^{(n-1)}(s)dF(h)$$

其中：$F^{(n)}(s)$为$F(s)$的n重卷积；$n\geq1$，$F^{(0)}(s)=1$，$s\geq0$。

设$f^{(n)}(s)$是$F^{(n)}(s)$对应的概率密度，则得到总计免赔额条件下的纯保费为：

$$C_Z=e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}(S_Z-X)f^{(n)}(S_T)dS_T \tag{8}$$

式(8)中有多次卷积过程，计算复杂，虽然文献详细地讨论了个别风险模型中累计损失额分布函数的界值问题，有时甚至可以通过拟合或Copula函数来估计累计损失额的分布，但对于一般性的环境责任保险来说，样本数据过少、影响因素繁多，仍难以获得一个满足保费厘定需要的累计损失额分布。如果保险对象为突发环境污染事件，由于其发生常常孤立，相互之间大多无必然联系，不具有共同的触发因素，故随机变量S_1、S_2、…、S_n是相互独立的，累计损失额S_Z可以使用期望值$E(S_Z)=E(N)E(S)$作为总损失额的均值来进行估算。故对应于环境责任保险中突发次数服从λ泊松分布，单个环境污染事件损失额服从均值为$\ln S_t+(r-\sigma^2/2)(T-t)$、方差为$\sigma\sqrt{(T-t)}$的对数正态分布，则有：

$$C_Z=e^{-r(T-t)}[E(N)E(S)-X]=e^{-r(T-t)}\{\lambda[\ln S_t+(r-\sigma^2/2)(T-t)]-X\} \tag{9}$$

如果索赔次数较大，由中心极限定理可知，累计损失额S_Z将逐渐趋向正态分布，记S_Z的标准化随机变量为：$\varepsilon=\dfrac{S_Z-E(S_Z)}{\sqrt{Var(S_Z)}}$，有$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\varepsilon\leqslant x\}=\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-t^2/2}dt$。则：

$$C_Z=e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}(S_Z-X)f(S_Z)dS_Z=\frac{\sigma^*}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(X-u^*)^2}{2\sigma^*}-r(T-t)}+(u^*-X)\sqrt{\sigma^*}e^{-r(T-t)}\Phi\left(\frac{u^*-X}{\sigma^*}\right) \tag{10}$$

其中：$u^*=E(S_T)=\ln S_t+(r-\sigma^2/2)(T-t)$；

$\sigma^*=Var(S_T)=(T-t)\sigma^2$。

三、赔偿限额与保费之间的关系

当前，全球气候恶化、生态失衡、地质变异、环境污染和温室效应等问题日趋严重，极端环境污染事件增多、增强，各种自然灾害频发，有的环境责任保险的损失额度巨大，且对于保险人来说也难于负担，因而在保险合约中通常商定了赔偿限额。赔偿限额M是保险人对一次索赔的最大可能赔款，当损失低于赔偿限额时，保险人则按照既定赔偿方案进行赔

偿;当损失超过赔偿限额时,保险人仅赔偿相当于赔偿限额大小的费用。在这种情况下,需要对前面各种保费厘定公式进行修正,即在赔偿限额M处将积分的上下限分为两部分,从0到M的前半部分依照原公式进行计算,而从M到无穷大部分则以M为积分函数进行计算。故式(4)、(5)、(7)、(10)所对应的修正公式(11)、(12)、(13)、(14)为:

$$C_{AM}=e^{-r(T-t)}\left[\int_X^M (S_T-X)f(S_T)dS_T+\int_M^\infty Mf(S_T)dS_T\right]$$
$$=S_t\Phi(d_1)+Me^{-r(T-t)}\Phi(d_6)+Xe^{-r(T-t)}\Phi(d_6)-S_t\Phi(d_5)-Xe^{-r(T-t)}\Phi(d_2) \tag{11}$$

其中:$d_5=\dfrac{\ln(S_t/M)+(r+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$;$d_6=d_5-\sigma\sqrt{T-t}$

$$C_{RM}=e^{-r(T-t)}\left[\int_X^M S_Tf(S_T)dS_T+\int_M^\infty Mf(S_T)dS_T\right]$$
$$=S_t[\Phi(d_1)-\Phi(d_5)]+Me^{-r(T-t)}\Phi(-d_2) \tag{12}$$

$$C_{DM}=e^{-r(T-t)}\left[\int_X^{\eta X/(\eta-1)}\eta(S_T-X)f(S_T)dS_T+\int_{\eta X/(\eta-1)}^M S_T f(S_T)dS_T+\int_M^\infty Mf(S_T)dS_T\right]$$
$$=\eta S_tN(d_1)+\eta Xe^{-r(T-t)}N(d_4)/(\eta-1)+\eta Xe^{-r(T-t)}N(d_4)+Me^{-r(T-t)}N(d_6)-\eta S_tN(d_3)-\eta Xe^{-r(T-t)}N(d_2)-\eta S_tN(d_5) \tag{13}$$

$$C_{ZM}=e^{-r(T-t)}\left[\int_X^M (S_Z-X)f(S_Z)dS_Z+\int_M^\infty Mf(S_Z)dS_Z\right]$$
$$=\frac{\sigma^* e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{(X-u^*)^2}{2\sigma^*}}-e^{-\frac{(M-u^*)^2}{2\sigma^*}}\right]+\sqrt{\sigma^*}\left\{(u^*-X)e^{-r(T-t)}\left[\Phi\left(\frac{u^*-X}{\sigma^*}\right)-\Phi\left(\frac{u^*-M}{\sigma^*}\right)\right]+Me^{-r(T-t)}\Phi\left(\frac{u^*-M}{\sigma^*}\right)\right\} \tag{14}$$

如果对超过赔偿限额M的风险采用再保险方式承担,保险人则将其承担的保险业务以承保方式部分转移给其他保险人,那么分保双方责任的分配与分担可通过确立自留额来体现。若假设自留额等于赔偿限额M,分保额以损失额为计算基础的分保方式构成非比例再保险,则再保险保费可以表述为:

$$C_{RM}=e^{-r(T-t)}\int_M^\infty Mf(S_T)dS_T=Me^{-r(T-t)}\Phi(d_2) \tag{15}$$

以上分析的重点是以对数正态分布为基础,从而由B-S期权定价模型衍生出了各种情况下的环境责任保险定价。但一般的环境污染损失分布以及巨灾损失分布并非一定遵守对数正态分布,常用的损失分布还有指数分布、伽玛分布、威布尔分布、帕累托分布以及levy分布等。对于具体的保险损失统计数据而言,损失分布可以通过拟合优度检验加以确定,如皮尔逊χ^2检验法。在确定损失分布后,将上述公式中的$F(S_T)$、$E(S_T)$、$Var(S_T)$用对应的分布进行替换即可。

四、应用实例及参数影响分析

为了验证本文方法的实用性,选取我国石油化工行业环境污染事故的损失金额作为样本数据,根据李生才、王亚军、黄平统计的《安全与环境学报》,并结合统计年鉴和原始事件相关报道,以月为时间单位,整理出2005~2009年我国石油化工行业的环境污染事故的损失金额,样本数据共计60个(见表1)。使用Matlab工具,利用环境责任保险精算的B-S期权定价模型测算该类行业的环境责任保险纯保费,并结合统计数据进行分析和讨论。因突发的环境污染事件数据以及环境污染损失额数据有限,累计损失额数据序列过短,故暂无法开展总计免赔额条件下的保费厘定,下面仅以绝对免赔额、相对免赔额和消失免赔额条件下的三种环境责任保险定价模型为例,测算缴纳的纯保费。

1. *应用实例分析*。首先对样本是否符合对数正态分布进行假设检验,原假设为:人均医疗费用符合对数正态分布。

本文运用皮尔逊χ^2拟合优度检验法进行非参数假设检验。先对样本数据S_i取对数,得到ln(Si)系列值(见表1);其次,选取k-1个实数划分出k(k=10)个区间,确定各区间的频数n_i以及$\ln(S_i)$落入各区间的理论概率p_i;再根据样本数据信息,利用统计量$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$计算$\chi^2$的样本观测值(见表2),得到$\chi^2=12.1893$。由于总体的期望值和方差未知,从样本中取出样本均值和方差分别为5.0632和0.4528,则χ^2统计量趋近于自由度为k-2-1的卡方分布。设定检验水平$\alpha=0.05$,查χ^2分布表得到$\chi^2_\alpha=14.0671$。由于$\chi^2<\chi^2_\alpha$,于是接受原假设,认为环境污染损失额服从对数正态分布。

然后,计算损失额的波动率。由于环境污染损失额是随时间变化的随机变量,且服从几何布朗运动,通过计算固定时间间隔的样本时间序列值$\triangle_i=S_{i+1}/S_i$,得到时间序列$\triangle_i$的均值u和标准差S分别为1.5416和2.6035。设执行期限以年为时间单位计算,根据对数正态分布公式,则有:$S^2=\sigma^2(T-t)$,故而求得$\sigma=S/\sqrt{T-t}$。若承保年限为1年,即T-t=1年,可得$\sigma=2.0635$。

假定在国际公认无风险利率r=4.5%下,选择样本行业实行强制责任保险,全部国有及规模以上非国有石油化工企业均作为投保人。根据统计年鉴数据,2009年环境污染事件共计418次,累计损失2248万元,平均每次损失额为5.3780万元,故初始环境污染损失额可定为$S_t=5.3780$万元。如果按照平均损失额支付,则可设免赔额稍低于平均损失额,故设计X=5万元,并设计消失免赔额的索赔比率$\eta=111\%$,同时假定以2005~2009年间最大的一次损失额作为赔偿限额,则有M=973万元。

最后,分别按照采用绝对免赔额、相对免赔额、消失免赔额的环境责任保险精算定价模型测算缴纳的纯保费。得到d_1、d_2、d_3、d_4、d_5、d_6分别为1.0889、-0.9746、-0.0314、-2.0949、-1.4655、-3.5290,求得对应的标准正态分布概率分别为0.8619、0.1649、0.4875、0.0181、0.0714、0.0002,将其带入式(4)、(5)、(7),计算得到C_A、C_R、C_D分别为3.8472、4.6353、2.3289万元,进而可以赔偿限额973万元作为承保金额,计算出三种条件下的费率分别为3.9539‰、4.7639‰、2.3935‰。此时,最小纯保费$C_{min}=3.2491$万元,由于C_A和C_R均大于C_{min},故采用期权定价有效;但$C_D<C_{min}$,因而不宜采用消失

表 1　　2005～2009年我国石油化工行业环境污染事故损失额

时间t_i	损失S_i	$\ln(S_i)$	Δ_i	时间t_i	损失S_i	$\ln(S_i)$	Δ_i	时间t_i	损失S_i	$\ln(S_i)$	Δ_i
2005.01	44	3.7842	3.5909	2006.09	973	6.8804	0.2240	2008.05	120	4.7875	0.8667
2005.02	158	5.0626	0.7025	2006.10	218	5.3845	0.6101	2008.06	104	4.6444	1.8077
2005.03	111	4.7095	1.1712	2006.11	133	4.8903	1.3459	2008.07	188	5.2364	0.4747
2005.04	130	4.8675	1.6154	2006.12	179	5.1874	0.4134	2008.08	89.24	4.4913	2.7790
2005.05	210	5.3471	2.6619	2007.01	74	4.3041	1.8378	2008.09	248	5.5134	0.7218
2005.06	559	6.3261	0.3542	2007.02	136	4.9127	0.7353	2008.10	179	5.1874	1.3520
2005.07	198	5.2883	0.9848	2007.03	100	4.6052	1.1000	2008.11	242	5.4889	1.2397
2005.08	195	5.2730	1.1641	2007.04	110	4.7005	1.4545	2008.12	300	5.7038	0.4467
2005.09	227	5.4250	0.3744	2007.05	160	5.0752	1.5438	2009.01	134	4.8978	1.1567
2005.10	85	4.4427	0.1059	2007.06	247	5.5094	1.0769	2009.02	155	5.0434	0.3613
2005.11	9	2.1972	13.7778	2007.07	266	5.5835	0.9399	2009.03	56	4.0254	1.4643
2005.12	124	4.8203	1.5726	2007.08	250	5.5215	0.6680	2009.04	82	4.4067	0.8537
2006.01	195	5.2730	0.7744	2007.09	167	5.1180	1.0000	2009.05	70	4.2485	4.0000
2006.02	151	5.0173	0.3775	2007.10	167	5.1190	0.7904	2009.06	280	5.6348	2.3214
2006.03	57	4.0431	7.8947	2007.11	132	4.8828	1.7197	2009.07	650	6.4770	0.1677
2006.04	450	6.1092	0.4778	2007.12	227	5.4250	0.6828	2009.08	109	4.6913	1.1193
2006.05	215	5.3706	0.6819	2008.01	155	5.0434	1.2774	2009.09	122	4.8040	0.9836
2006.06	146.6	4.9877	1.1323	2008.02	198	5.2883	1.0556	2009.10	120	4.7875	1.9167
2006.07	166	5.1120	0.9940	2008.03	209	5.3423	1.1340	2009.11	230	5.4381	1.0435
2006.08	165	5.1059	5.8970	2008.04	237	5.4681	0.5063	2009.12	240	5.4806	1.0000

表 2　　环境污染损失额对数正态分布的拟合优度检验

分组区间$t_i \sim t_{i-1}$	2.19～4.14	4.14～4.42	4.42～4.62	4.62～4.80	4.80～5.00	5.00～5.20	5.20～5.40	5.40～5.60	5.60～5.90	5.90～6.89
各区间频数n_i	4	3	3	6	8	11	9	10	2	4
理论概率p_i	0.085	0.0846	0.0855	0.0928	0.1147	0.118	0.111	0.0959	0.1057	0.1068
np_i	5.1	5.076	5.13	5.568	6.882	7.08	6.66	5.754	6.342	6.408
$(n_i-np_i)^2$	1.21	4.3098	4.5369	0.1866	1.2499	15.3664	5.4756	18.0285	18.853	5.7985
$(n_i-np_i)^2/np_i$	0.2373	0.8491	0.8844	0.0335	0.1816	2.1704	0.8222	3.1332	2.9727	0.9049

免赔额进行环境责任保险承保，若需使用消失免赔额方式投保，则需降低消失免赔额的索赔比率η系数，如当η=102%时，可得到C_D=3.2824万元。若在赔偿限额M=973万元的影响下，根据式（11）、（12）、（13）可计算得到C_{AM}、C_{RM}、C_{DM}分别为3.6582、4.4453、2.0967万元，三种条件下的费率分别为3.7600‰、4.5690‰、2.1550‰，除了C_{DM}外也都满足大于C_{min}的条件。在赔偿限额的影响下，由于大于赔偿限额的损失由投保人承担，因而纯保费有所降低。

2. 参数影响分析。为了探讨各参数对纯保费的影响，我们在上述条件r=4.5%、S_t=5.3780万元、T－t=1年、M=973万元、X=5万元、η=102%相对不变，而改变其中一个参数的情况下，观察无风险利率、平均损失额、承保期限、赔偿限额、免赔额、免赔比率等6个参数引起C_A、C_R、C_D的变化。

（1）无风险利率是指将资金投资于某一项没有任何风险的投资对象而能得到的利息率。在看涨期权中，无风险利率越高，机会成本越大，期权价格所代表的纯保费也相应越大。但无风险利率对纯保费的影响并不明显，在r从3.5%提升到5.5%的过程中，C_A、C_R、C_D仅分别增加了0.0158、0.0115、0.0062万元（见图1）。

（2）在看涨期权中，通常采用对标的物未来期望价值的折现值来测算标的物的当前价格，标的物的市场价格上涨，期权价格也随之上涨。故随着环境污染损失额期望值（看作S_t）的增大，纯保费也将随之增加，并且增幅较大。环境污染损失额每增加1万元，将导致C_A、C_R、C_D大致分别按照0.7549、0.8569、0.5865的斜率增加（见图2）。

（3）距到期日的时间越长，期权的时间价值越大。此处T－t作为保险的承保期限，承保期限越长，遭受环境污染的风险越大，纯保费也随之变大。将承保期限修改为不同的年度长度，则可以得到不同的C_A、C_R、C_D（见图3），可见纯保费以较低增速略有增加。

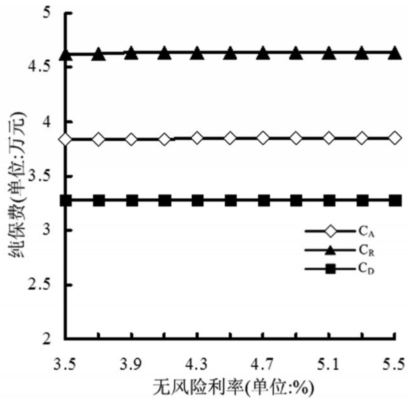

图 1 不同r条件下的纯保费

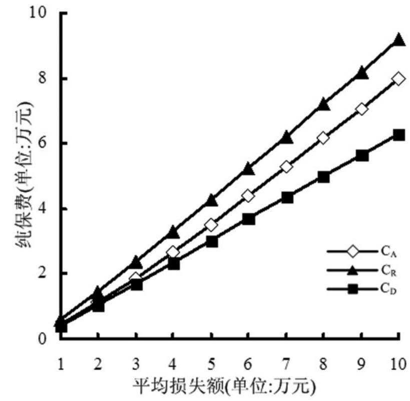

图 2 不同S_t条件下的纯保费

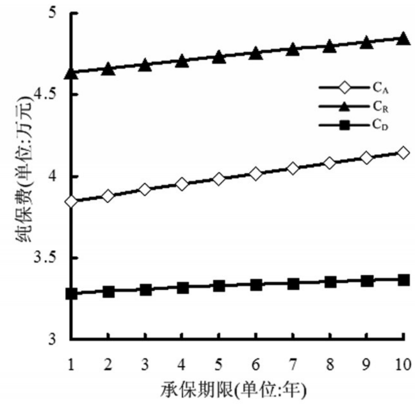

图 3 不同T-t条件下的纯保费

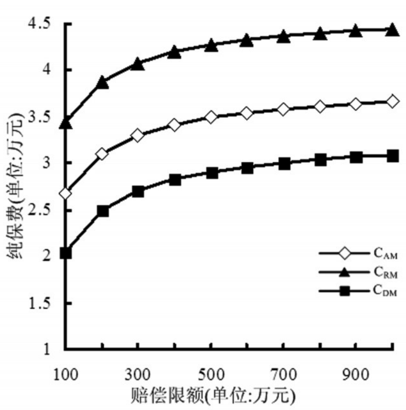

图 4 不同M条件下的纯保费

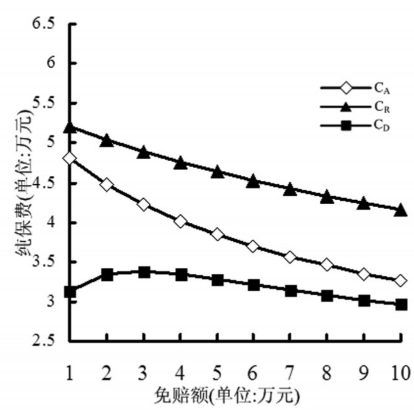

图 5 不同X条件下的纯保费

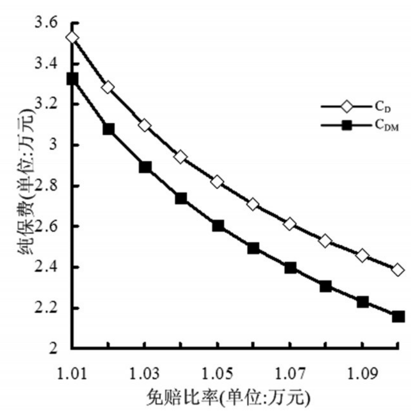

图 6 不同η条件下的纯保费

(4)赔偿限额决定了保险人赔偿的最高额度。由于低于M的部分由保险人所承担，M越大保险人承受的风险越多，所以纯保费有所增加。特别是在M越小时，d_5和d_6较大，影响程度更为显著(见图4)。

(5)对于绝对免赔额和相对免赔额来说，免赔额X增大，提升了投保人承担环境污染损失的概率，从而引起保险人承保风险的下降，因此纯保费有所减少。而对于消失免赔额下的纯保费来说，免赔额还受到η的影响，如前文式(7)所示，其参与到了纯保费计算的每个分项中，导致明显的非线性特征(见图5)。

(6)对于消失免赔额下的保费来说，η越高，免赔额程度将越高(见图6)。因此纯保费有所减少，并且与C_{min}比较可知，当$\eta<102\%$时所计算的纯保费C_D和C_{DM}才有意义，可见η不应过大，否则采用B-S期权定价方法进行的环境责任保险的消失免赔额条件下保费厘定将失效。

五、结论

本文采用期权定价方式，探讨了绝对免赔额、相对免赔额、消失免赔额和总计免赔额条件下的环境责任保险保费厘定问题，给出了采用期权定价方式进行环境责任保险保费厘定的前提条件，分析了赔偿限额与保费之间的关系，并通过应用实例分析，讨论了各参数对保费的影响，为多种情况下的环境责任保险保费厘定提供了一个解决方案，也为深化环境责任保险的试点和推行环境责任保险制度提供了理论参考和决策支持。

下一步的研究任务是：①随着国家统计部门对环境污染数据的积累，汇总更多的累计索赔额数据，对总计免赔额条件下的保费厘定进行实证分析；②探讨指数分布、伽玛分布、威布尔分布、帕累托分布以及levy分布等损失分布下的保费厘定公式；③开展环境污染巨灾风险的研究，得出更为全面的再保险保费B-S期权定价模型。

主要参考文献：

Merton R.. On the cost if deposit insurance when there are surveillance costs[J].Journal of Business，1978(3).

陈丽萍，李晨，杨向群.住房抵押贷款保证险的鞅定价与保险精算定价的比较研究[J].统计与决策，2010(3).

周佰成，韩月才，崔伟.汽车保险损失率期权定价模型及实证研究[J].数理统计与管理，2013(3).

张鸿雁，杨刚.基于退休金保险的期权定价[J].经济数学，2003(3).

作者单位：1.陕西广播电视大学工商教学部，西安710048；2.西安理工大学经济与管理学院，西安710048