

对经济批量基本模型下存货决策的改进

——基于经济批数为小数时的可操作性思考

夏明

(南开大学经济学院, 天津 300071)

【摘要】在经济批量基本模型下,当根据一定的存货经济批量所计算出来的经济批数为小数时,基于可操作性的考虑,此时的存货总成本并不是最低的,因此该经济批量也不是真正的经济批量。本文通过分析得知,当与基本模型下经济批量所对应的经济批数为小数时,真正的经济批量应该是与基本模型下经济批量左右相邻的对应的批数恰好为整数的两个批量中使存货总成本最低的那个批量。

【关键词】 存货决策; 经济批数; 小数; 可操作性

在经济批量基本模型下,根据一定的存货经济批量所计算出来的经济批数绝大多数都有小数。那么,这时该如何来操作小数部分的批次呢?对于这一点,无论是教科书中还是各类文献中,都几乎不存在相关的分析。如果要使为小数的经济批数具有实际可操作性,那此时的经济批量还是使存货总成本最低的那个批量吗?如果不是,那真正的经济批量到底如何求得呢?本文将对这些问题一一进行分析和解答。

一、对经济批数为小数时的可操作性例解

例:某企业全年需要甲零件数(D)1 200件,一次订货成本(K)为500元,每件年储存成本(S)为4.8元,则:

$$\text{经济批量 } Q = \sqrt{\frac{2DK}{S}} = \sqrt{\frac{2 \times 1\,200 \times 500}{4.8}} = 500 (\text{件})$$

$$\text{经济批数 } N = \frac{D}{Q} = 2.4 (\text{次})$$

$$\begin{aligned} \text{最低总成本 } TC(Q) &= \frac{D}{Q}K + \frac{Q}{2}S = \sqrt{2DKS} \\ &= \sqrt{2 \times 1\,200 \times 500 \times 4.8} = 2\,400 (\text{元}) \end{aligned}$$

该例中的经济批数存在小数,为2.4次,其中的2次在实际中是可以被操作的。问题是其中的小数部分即0.4次,如何被处理才能使其具有实际可操作性呢?人们可能会按四舍五入处理,但是这样就会导致总存货量(四舍五入后经济批数×经济批量)大于全年需要量D或者小于全年需要量D,从而违反经济批量基本模型中的无缺货成本假设。笔者认为,对小数部分次数的处理应该从该次的采购量和采购周期两方面来考虑,并且要以不违反经济批量基本模型的基本假设为前提。

首先,小数部分的次数(本例中是0.4次)也应该有一次完整的操作,也即有一次完整的采购行为。问题是这一

次的采购量应该是多少呢?根据上面的计算,每批次最佳采购量即经济批量是500件,而2.4次中的2次总共采购了1 000件(500+500)。那么对应的0.4次的这一次采购的采购量就应该是200件(500×0.4),只有这样,全年三次的总采购量才恰好等于全年总需要量1 200件(500+500+200)。

其次,小数部分的次数的采购周期(即本次采购与下次采购之间的时间间隔,也即本次采购的存货量完全消耗所需的时间)是多少呢?根据上面计算出的经济批次2.4次,则最佳采购周期为5个月(12/2.4),那么2次的采购就占了10个月,因而小数部分次数对应的采购周期就只能是剩下的2个月(5×0.4)。那么这样的结论是否合理呢?根据上面的分析,0.4次对应的采购量是200件,采购周期是2个月,则存货的消耗速率是100件每月,而2次中的每一次的采购量是500件,采购周期是5个月,则存货的消耗速率也是100件每月。可见,这个结论符合存货消耗稳定均匀的假设,结论是合理的,并且还验证了上述关于采购量的分析的合理性。

由上可知,小数部分的次数也应该有一次完整的采购行为,且其采购量和采购周期分别是经济批量和最佳采购周期与小数部分取值的乘积,在本例中分别是200件(500×0.4)和2个月(5×0.4)。

最后,当考虑到为小数的经济批数的实际可操作性时,此时的经济批量还是使存货总成本最低的那个批量吗?根据上面的分析,2.4次的批数也要求有3次的采购,而一次订货成本为500元,则采购成本为1 500元(3×500);同时,由于其中两次的采购周期均是5个月,则这两次采购的存货的储存成本均是500元(500/2×4.8×5/12),而第三次的采购周期是2个月,因此这一次采购的存货的

储存成本是80元(200/2×4.8×2/12)。由于存货总成本是采购成本与储存成本之和,因此,批数为2.4次时的存货总成本2580元(1500+500×2+80)。而批数为2和3时的批量分别是600件(1200/2)和400件(1200/3),所以存货总成本分别为2440元(2×500+600/2×4.8)和2460元(3×500+400/2×4.8),二者均低于2580元。可见,当考虑到为小数的经济批数的实际可操作性时,此时的经济批数以及经济批量就不再是使存货总成本最低的那个批数和批量了。

二、存货决策的改进

通过上述的举例分析已经知道,当考虑到为小数的经济批数的实际可操作性时,根据经济批量基本模型所计算出来的经济批量就不再是使存货总成本最低的那个批量了。

以下通过数理分析对经济批量基本模型下的存货决策加以改进,并应用于上例的存货决策。

设存货全年需要量为D,一次订货成本为K,每单位存货年储存成本为S。又设所对应的批数恰好为整数的全部批量为 $Q_i(i=1,2,3,\dots,n)$ (即批数 $N_i=D/Q_i$ 属于正整数), $Q_i \in (0, D]$ 。任取一个区间 $[Q_i, Q_{i+1}) \in (0, D]$ ($i=1,2,3,\dots,n-1$)。设: $D/Q_i=N+1, D/Q_{i+1}=N, N$ 属于正整数。又设批量 $Q \in [Q_i, Q_{i+1})$, $D/Q=N+P, 0 < P \leq 1$ 。则根据上例分析所得结论有(上例虽然是针对经济批数的小数部分的实际可操作性的分析,但所得结论也适用于任何批数的小数部分):

$$TC(Q) = (N+1)K + \frac{Q}{2} \cdot \frac{12}{N+P} \cdot \frac{S}{12} \cdot N + \frac{PQ}{2} \cdot \frac{12P}{N+P} \cdot \frac{S}{12} = (N+1)K + \frac{QS}{2} \cdot \frac{N+P^2}{N+P}$$

其中,TC(Q)是存货总成本,(N+1)K是订货成本, $\frac{Q}{2} \cdot \frac{12}{N+P} \cdot \frac{S}{12} \cdot N$ 是其中N次采购的存货量的储存成本, $\frac{PQ}{2} \cdot \frac{12P}{N+P} \cdot \frac{S}{12}$ 是其中P次所对应的采购的存货量的储存成本,12是指全年的12个月。

由于: $D/Q=N+P$

所以: $P=D/W-N$

将其代入上述公式,可求得: $TC'(Q)=Q(1+N)-D$

由于: $D/Q_i=N+1, D/Q_{i+1}=N$

所以: $Q_i=D/(N+1), Q_{i+1}=D/N$

又由于 $Q \in [Q_i, Q_{i+1})$

所以: $D/(N+1) \leq Q < D/N, 0 \leq TC'(Q) < D/N$

即函数TC(Q)在区间 $[Q_i, Q_{i+1})$ 上是单调递增的。

$\min TC(Q) = TC(Q_i)$,也即对于任何一个区间 $[Q_i, Q_{i+1}) (i=1,2,3,\dots,n-1)$,使存货总成本最低的批量一定是该区间左边端点批量 $Q_i (i=1,2,3,\dots,n)$ (考虑 $Q_n=D$),所以经济批量一定是全部 Q_i 中的某一个。

根据设经济批量基本模型所计算出来的经济批量为 Q^* , Q^* 所对应的经济批数为小数,即:

$$D/Q^* = N+P, 0 < P < 1$$

容易证明,存货总成本函数“ $TC(Q) = \frac{D}{Q}K + \frac{Q}{2}S$ ”在 $(0, Q^*)$ 上是单调递减的,在 $[Q^*, D]$ 上是单调递增的。

又设与 Q^* 左右相邻的对应的批数恰好为整数的两个批量分别为 Q_1 和 $Q_2, D/Q_1=N+1, D/Q_2=N, Q_1 < Q^* < Q_2$,则: $\min TC(Q) = \min [TC(Q_1), TC(Q_2)]$ 。也就是说,真正的经济批量应该是与基本模型下经济批量左右相邻的对应的批数恰好为整数的两个批量中使存货总成本最低的那个批量。

将此结论应用于上例,在上例中,基本模型下经济批量 Q^* 为500件,对应的批数是2.4次, Q_1 和 Q_2 分别是400件和600件,对应的批数分别是3次和2次,则: $\min TC(Q) = \min [TC(400), TC(600)] = \min [2460, 2440] = 2440$ (元)。可见,真正的经济批量是600件。

三、结束语

本文对经济批数的小数部分的实际可操作性进行了分析,并据此构建了一个考虑了批数小数部分实际可操作性的存货总成本函数。然后通过该函数对经济批量基本模型下的存货决策进行了改进,得出了当基本模型下经济批数为小数时,真正的经济批量应该是与基本模型下经济批量左右相邻的对应的批数恰好为整数的两个批量中使存货总成本最低的那个批量的结论。

有兴趣的学者,还可以参照本文对经济批数小数部分的实际可操作性分析和本文得出的结论,对有数量折扣的经济批量模型、允许缺货时的经济批量模型、订货期提前模型、陆续进货模型以及保险储备模型等其他经济批量基本模型的扩展模型进行相应的改进。

主要参考文献

- 胡艳,鲁学生.不同经济条件下存货经济批量模型研究[J].财会通讯(综合),2013(5).
- 杨海珍,张晓峰.经济数学在物流经济批量中的应用[J].中国商贸,2011(23).
- 杨俊龙.确定经济批量的思考[J].经济问题探索,2005(2).
- 汤茂林.经济批量公式在存贮问题中的应用[J].商业研究,2008(2).