

基于威布尔分布的改良品质押率研究

王 勇(教授), 裴小青

(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

【摘要】 本文在已有文献基础上, 针对现实中农户企业融资困难现象, 以正在生长的肥育猪改良品作为研究对象, 分别根据养殖企业违约与否两种不同情形下银行利润表达式, 使用实证分析方法和数据处理软件 SPSS, 建立了银行的最优质押率决策模型, 以创新地将农户库存改良品与银行质押业务相结合, 为改良品质押融资业务的开展提供理论依据。

【关键词】 质押融资; 改良品; 威布尔分布; 质押率

一、引言

中小企业融资难一直以来是我国经济发展顽疾, 中小企业中的处于弱势的农户贷款难度更大是突出问题。相比国外如美国的大型农场主, 我国农户相对分散, 经营规模小, 自有资金少。同时, 我国乡镇农户普遍存在文化水平低、生产力低下、经济基础薄弱、抗风险能力差等特点, 这使得银行等金融机构对农户贷款抱着较强的谨慎态度, 也使得农户缺乏资金成为制约我国农业发展的关键因素。

在农产品库存系统中, 广泛存在着可进行自身质量

和品质改良活动的物品, 如正在生长的稻谷、玉米等粮食, 生猪、鱼、鸡鸭等家禽, 我们称这类物品为“改良品”。改良品属于季节性产品, 在未到达销售季节之前占用农户大量流动资金, 然而在销售季节, 其又呈现变现容易的特点。如果将库存系统中的这部分农产品改良品进行质押, 就可大大提高农户企业的资金流动性。传统信贷模式下发展起来的存货质押业务已日趋成熟, 而较少有金融机构尝试农产品质押业务。基于此, 本文立足于促进农户融资困难问题, 结合银行动产质押业务, 将正在生长的改良品进行银行质押, 创新地解决了中小农户融资困难问题,

1. 加强政府监管。针对衍生工具能够用于财务舞弊的风险特征, 在监管方面首先要限制过于复杂的衍生品的开发和交易。以发达国家的经验和教训来看, 太过复杂的衍生工具通常都是为了非正当目的而创造出来的。衍生品的开发必须具有经济意义, 对过于复杂的衍生工具的限制可以有效降低市场风险, 减少利用衍生品进行财务舞弊的行为。其次, 对衍生品交易过程的监管也不可少, 产品的开发要有意义, 业务的发生也必须有经济意义, 没有经济实质的结构交易应该被禁止, 以防止被企业用来财务造假。

2. 完善会计准则。完善会计准则可以有效减少衍生品舞弊行为。会计准则的制定可以参照国际和美国的做法, 采取国际趋同以减少准则各行其是造成的麻烦, 但同时也要考虑我国国情。首先, 必须强调实质重于形式的会计原则, 避免企业通过复杂的结构交易进行财务舞弊。其次, 应加强各类衍生产品和业务的表内确认, 尽量反映出企业所承受的风险, 防止利用衍生品转移财务报表项目、逃避表内确认的行为。最后, 必须加强金融衍生品的披露, 当衍生品确认和计量的会计准则还不够完善时, 通过

扩大披露范围、加深披露程度, 以增加财务信息的透明度, 减少企业利用衍生工具进行财务舞弊的行为。

主要参考文献

宋逢明. 金融工程原理: 无套利均衡分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.

Netci S. N.. Principles of Financial Engineering[M]. Oxford: Elsevier Inc., 2008.

Barton J.. Does the use of financial derivatives affect earnings management decisions? [J]. The Accounting Review, 2001(76).

Lin Nan. Derivatives and Earnings Management[D]. United States: University of Florida, 2004.

The Staff of the Joint Committee on Taxation. Report of Investigation of Enron Corporation and Related Entities Regarding Federal Tax and Compensation Issues, and Policy Recommendations [R]. Washington D. C.: Joint Committee on Taxation, 2003.

Hull J. C.. Option, Future, and Other Derivatives [M]. United States: Pearson Education Inc., 2006.

同时也为银行提供了新的利润增长点。

国内关于存货质押业务研究中,徐鹏和王勇(2011)在经典订货批量EOQ模型基础上研究了存货质押融资业务下的经济订货批量问题;赵天天和王东(2013)研究了回购契约情况下农产品需求方和供应商组合的简单供应链的融资运营问题;闫英等(2011)研究了当采用存货质押业务后企业利润增加额大于质押融资成本时第三方物流企业的服务定价模型;李毅学、冯耕中等(2007)研究了价格随机波动下存货质押融资业务,建立了最优质押率决策模型;李毅学、徐渝等(2006)又研究了铜、铝等标准存货价格服从几何布朗运动时的最优质押融资业务贷款价值比率。李毅学、汪寿阳等(2011)又研究了物流金融中季节性存货质押融资质押率决策问题;张钦红和赵泉午(2010)研究了需求随机时的存货质押贷款质押率决策问题。

国内外关于改良品研究文献较少。Hwang(1997)首先研究了改良物品库存问题,建立了改良率小于需求率时的EOQ模型以及改良率大于需求率时的PSQ模型。此后,Hwang(1999)又将改良物品的保管过程分为饲养和销售两个阶段,第一阶段物品只发生改良,第二阶段只发生变质,建立了FIFO和LIFO两种情况下的库存模型。Mondal(2003)、Bhunia(2003)基于威布尔分布,对物品的改良率和变质率同时满足威布尔分布时的库存问题进行深入研究。

二、模型基本假设与相关说明

威布尔分布被主要用于工科产品的可靠性分析和寿命检验。Hwang H. S.(1997)等人首次将威布尔分布用于生猪、鸡鸭、养鱼等家禽的生长周期内库存管理中。他指出,生猪、鸡鸭、养鱼等家禽的生长周期内改良率表达式为: $A(t)=\alpha\beta t^{\beta-1}$,其中 t 代表家禽生长周期内的任意时刻,且 t 的密度函数为: $f(t)=\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\alpha t^\beta}$ 。同时,Mondal和Bhunia在对物品同时发生改良和变质的库存问题的研究中指出,肥育猪类改良品在生长最大周期 T 内的改良率远大于变质率,且净改良率也服从两参数的威布尔分布。

本文基本假设有:①银行为风险中性,即银行追求自身利润最大化;②整个肥育猪质押期内不考虑瘟疫、禽流感等特殊状况;③猪肉销售季节农贸市场接近完全竞争市场,市场交易价格 p 不变;④期末质押肥育猪全部出售变现。

在上述假设基础上,肥育猪瞬时库存水平改变量可以用微分公式来表达: $dI_t=A(t)I_t dt$ 。解该微分方程得到: $I_t=I_0 e^{\alpha t^\beta}$,其中 α 、 β 为分布中的参数值,且 $\alpha>0$ 、 $\beta>0$ 。同时,期初农户将 I_0 的肥育猪库存量拿给银行质押,肥育猪期末销售价格为 p ,并保持不变,银行质押率为: $\lambda(0\leq\lambda\leq 1)$,双方协商贷款额为: $Q=\lambda p I_t(I_t$ 为任意 t 时刻的肥育猪库存水平,且 $0\leq Q\leq p I_T$)。质押时间为肥育猪生长周期 T 。为方便

分析,利率设为单利,银行贷款利率为 I_T ,存款利率为 I_C ,期末本息和为: $\lambda p I_t(1+I_T)$ 。

期末改良品总量为 I_T ,则期末改良品可变现价值为 $p I_T$,实践中如果期末改良品可变现价值小于农户企业的贷款本息和时,也即 $p I_T\leq\lambda p I_t(1+I_T)$ 时,银行面临农户企业的违约风险。假设此时农户企业还款的概率为 $\theta(0\leq\theta\leq 1)$ 。

三、基本模型建立及分析

1. 模型推导分析。由前文分析可得,在周期 T 内,肥育猪任意时刻库存水平为: $I_t=I_0 e^{\alpha t^\beta}$,在上述基础上,当期末改良品变现价值大于农户企业质押贷款本息和时,也即:

$$p I_T\geq\lambda p I_t(1+I_T) \quad (1)$$

农户企业一定选择还款,此时银行不存在农户违约风险。

设 $M=\frac{I_T}{I_0(1+I_T)}$,求解式(1),求得:

$$t\leq\left[\frac{1}{\alpha}\ln M-\frac{1}{\alpha}\ln\lambda\right]^{\frac{1}{\beta}}$$

假设 $t^*=\left[\frac{1}{\alpha}\ln M-\frac{1}{\alpha}\ln\lambda\right]^{\frac{1}{\beta}}$ 。当 $0\leq t\leq t^*$ 时,即如果农户与银行协商贷款额 $Q=\lambda p I_t$ 在 $(0,\lambda p I_t^*)$ 范围内时,期末农户企业一定还款,银行不存在违约风险,此时银行利润为:

$$\pi(b)=\lambda p I_t(I_T-I_C)T \quad (2)$$

另一方面, $t^*<t\leq T$ 时,改良品期末可变现价值小于农户企业质押贷款本息和,即如果农户与银行协商贷款额 $Q=\lambda p I_t$ 在 $(\lambda p I_t^*,\lambda p I_T)$ 范围内时,此时银行面临农户企业的违约风险,假设此时农户企业还款的概率为 θ ,若农户企业违约,银行会将手中质押品变现,此时利润为:

$$\begin{aligned} & p I_T-\lambda p I_t(1+I_T) \\ & \text{此时银行所得利润函数为:} \\ & \pi(b)=\theta\lambda p I_t(I_T-I_C)T+(1-\theta)[p I_T-\lambda p I_t(1+I_T)] \end{aligned} \quad (3)$$

将式(2)、式(3)相结合可得银行利润函数:

$$\pi(b)=\begin{cases} p I_T-\lambda p I_t(1+I_T), & 0\leq t\leq t^* \\ \theta\lambda p I_t(I_T-I_C)T+(1-\theta)[p I_T-\lambda p I_t(1+I_T)], & t^*<t\leq T \end{cases} \quad (4)$$

由于家禽类改良品的改良时间服从两参数的威布尔分布,且时间密度函数为: $f(t)=\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\alpha t^\beta}$,由此可得银行期望利润为:

$$\begin{aligned} E[\pi(b)] &= \int_0^{t^*} \lambda p I_t(I_T-I_C)T f(t) dt + \int_{t^*}^T \\ & \{ \theta\lambda p I_t(I_T-I_C)T+(1-\theta)[p I_T-\lambda p I_t(1+I_T)] \} f(t) dt \end{aligned} \quad (5)$$

2. 模型求解。对式(5)进行利润最大化求解,可得银行最优质押率。

命题:当贷款额为 Q 时,且改良品改良时间 t 满足服

从威布尔分布, 银行给予农户的最优质押率为 $\min\{\lambda^*, 1\}$,

$$\text{其中: } \lambda^* = M \exp\left(\frac{\theta\alpha(I_r - I_c)T^{\beta+1}}{(1-\theta)(2I_r T - I_c T + 1)} - \frac{(1+I_r T)(\alpha T^\beta - 1)}{2I_r T - I_c T + 1} - 1\right)$$

并且最优质押率具有如下性质: ①当农户还款概率 θ 越大, 最优质押率 λ^* 越大; ②当银行存款利率越大, 最优质押率 λ^* 越小。

证明: 式(5)可化简为:

$$E[\pi(b)] = \lambda(\ln M - \ln \lambda) p I_0 (2I_r T - I_c T + 1)(1 + \theta) + p I_0 [\theta\alpha(I_r - I_c)T^{\beta+1} - (1 - \theta)\alpha(1 + I_r T)T^\beta] \lambda(1 - \theta) p I_{T_i} \int_0^T f(t) dt \quad (6)$$

对式(6)进行求导得:

$$\frac{dE[\pi(b)]}{d\lambda} = (2I_r T - I_c T + 1)(1 - \theta)(\ln M - \ln \lambda - 1) + p I_0 [\theta\alpha(I_r - I_c)T^{\beta+1} - (1 - \theta)\alpha(1 + I_r T)T^\beta] + (1 - \theta) p I_0 (1 + I_r T) \quad (7)$$

对式(6)求解二阶导数可得:

$$\frac{d^2 E[\pi(b)]}{d\lambda^2} = -\frac{p I_0 (1 - \theta)(2I_r T - I_c T + 1)}{\lambda} < 0$$

由于式(6)二阶导数小于零, 可知式(6)为质押率 λ 的凹函数, 式(6)具有最大值。令式(7)等于 0, 可解得:

$$\lambda^* = M \exp\left(\frac{\theta\alpha(I_r - I_c)T^{\beta+1}}{(1-\theta)(2I_r T - I_c T + 1)} - \frac{(1+I_r T)(\alpha T^\beta - 1)}{2I_r T - I_c T + 1} - 1\right)$$

考虑质押率必须小于 1, 因此银行最优质押率为: $\min\{\lambda^*, 1\}$ 。

命题中 λ^* 对农户还款概率 θ 求导结果如下:

$$\frac{d\lambda^*}{d\theta} = \frac{1}{(1-\theta)^2} \times M \exp\left(\frac{\theta\alpha(I_r - I_c)T^{\beta+1}}{(1-\theta)(2I_r T - I_c T + 1)} - \frac{(1+I_r T)(\alpha T^\beta - 1)}{2I_r T - I_c T + 1} - 1\right) > 0$$

λ^* 对 θ 的一阶导数大于零, 说明 λ^* 关于 θ 为递增函数。

$$\text{对 } \lambda^* = M \exp\left(\frac{\theta\alpha(I_r - I_c)T^{\beta+1}}{(1-\theta)(2I_r T - I_c T + 1)} - \frac{(1+I_r T)(\alpha T^\beta - 1)}{2I_r T - I_c T + 1} - 1\right) \text{ 进行简化可得:}$$

$$\lambda^* = M \exp\left(\frac{\theta\alpha T^{\beta+1}}{(1-\theta)\left(\frac{I_r T + 1}{I_r - I_c} + T\right)} - \frac{(1+I_r T)(\alpha T^\beta - 1)}{2I_r T - I_c T + 1} - 1\right) \quad (8)$$

从式(8)很容易看出, 最优质押率 λ^* 与 I_c 成反比关系。命题及推论得证。

实践中, 因为农户还款概率增大, 银行能够收回贷款本息和的可能性也变大, 在利益驱使下, 银行会增大质押率以获得利息收入。同时, 随着存款利率的增大, 银行借给农户的资金成本也会增大, 从风险控制和利润最大化的角度分析, 银行给予农户的质押率会变小。

上述分析结果为银行解决农户资金短缺问题, 开展肥育猪类改良品质押业务提供了理论基础。同时, 依据上

述理论分析结果可得, 最优质押率随着农户还款概率的增大而增大, 银行风管部门在进行此类业务时应进行改良品生长环境、状态及农户企业财务状况等多方面的考察, 以准确获得农户的还款概率, 从而尽可能地将风险控制最小范围内。

四、数值分析

1. 威布尔分布中 α 、 β 参数值确定。为了便于进一步的数值分析, 本文先采用回归分析方法, 计算得出威布尔分布中的 α 、 β 值, 再通过赋值法验证本文假设。

(1) 样本选择集数据处理。陈晖(2008)等人在关于生猪类改良品库存管理的实证研究中, 选择重庆市 DZ 畜牧科技有限公司巴南分公司的肥育猪为调研对象, 其养育条件与其他肥育猪养殖条件完全一样。调研中选取 100 头肥育猪作为对象, 并定时获取这 100 头肥育猪的体重数据, 得到数据如表 1 所示, 其中 $t=0$ 时刻的库存水平为 I_0 。

表 1 肥育猪库存水平

饲养时间 t(天)	库存水平 I_t (kg)	饲养时间 t(天)	库存水平 I_t (kg)	饲养时间 t(天)	库存水平 I_t (kg)
0	1 985	45	4 512	90	9 458
5	2 236	50	5 053	95	9 806
10	2 443	55	5 508	100	10 095
15	3 687	60	6 103	105	10 450
20	2 942	65	6 709	110	10 550
25	3 176	70	7 297	115	10 800
30	3 376	75	8 006	120	10 923
35	3 783	80	8 451		
40	4 177	85	8 995		

为方便后续使用 SPSS 数据分析软件分析, 将表 1 数据进行一些算式变换整理, 令 $\ln I_t - \ln I_0 = S$, 得到 S 与时间 t 的关系如表 2 所示。

表 2 100 头肥育猪体重与时间变化数据

天龄 (t)	任意 t 时刻 肥育猪库存 量 I_t (kg)	$\ln I_t - \ln I_0$	天龄 (t)	任意 t 时刻 肥育猪库存 量 I_t (kg)	$\ln I_t - \ln I_0$
0	1 985	0.00	55	5 508	1.02
5	2 236	0.12	60	6 103	1.12
10	2 443	0.21	65	6 709	1.22
15	3 687	0.62	70	7 297	1.30
20	2 942	0.39	75	8 006	1.39
25	3 176	0.47	80	8 451	1.45
30	3 376	0.53	85	8 995	1.51
35	3 783	0.64	90	9 458	1.56
40	4 177	0.74	95	9 806	1.60
45	4 512	0.82	100	10 095	1.63
50	5 053	0.93			

(2) 软件分析。由上文可知, 任意时刻肥育猪库存量

$I_t = I_0 e^{\alpha t^{\beta}}$, 对其两边求取对数, 可得: $\ln I_t - \ln I_0 = \alpha t^{\beta}$, 又有 $S = \ln I_t - \ln I_0$, 则 S 值与时间 t 满足幂函数的关系。

使用 SPSS 数据分析软件对上述数据进行 S 与时间 t 的非线性回归分析, 选取幂函数回归分析, 从而可得 α 、 β 的估计值。具体分析结果如表 3、表 4 所示。

表 3 SPSS 软件数据方差分析结果

	平方和	自由度	均方	F	sig. 值
回归平方和	10.958	1	10.958	489.505	0.000
残差平方和	0.493	22	0.022		
总体误差	11.451	23			

表 4 使用 SPSS 软件数据系数分析结果

	非标准化系数		标准化系数	t	sig. 值
	B	标准误	Beta		
$\ln(\text{天龄})$	0.831	0.038	0.978	22.125	0.000
常数	0.036	0.005		6.695	0.000

从方差分析表中可以得出, 总体误差=回归平方和+残差平方和, 总体误差为 11.451, F 统计量为 489.505, 显著性 sig. 值为 0.000, 故上述分析可得数据显著性强, 表明威布尔分布在肥育猪类改良品生长规律中得到验证。

从表 3、表 4 中可以看出, 在未标准化的情况下, 系数 $\alpha=0.036$ 、 $\beta=0.831$ 。由此得到肥育猪类改良品任意时刻 t 的库存总重量表达式为: $I_t = I_0 \exp(0.036t^{0.831})$ 。

2. 数值算例分析。假设周期 $T=100$ 天, $I_0=1985\text{kg}$, $I_T=0.09$, 通过上节分析, 期末肥育猪总量为: $I_T = I_0 e^{\alpha T^{\beta}}$, 使用第 2 节的 α 、 β 定量分析结果可得: $I_T=10\ 368\text{kg}$ 。

假定其他参数值不变, 质押期间的存款利率 I_c 在增大的过程中, 最优质押率 λ^* 随着存款利率的增大而减小, 具体趋势如表 5 所示。

表 5 最优质押率 λ^* 随着存款利率增大体现的趋势

I_c	0.06	0.061	0.062	0.063	0.064	0.065	0.066	0.067
λ^*	0.206	0.202	0.198	0.195	0.191	0.187	0.183	0.180
I_c	0.068	0.069	0.07	0.071	0.072	0.073	0.074	
λ^*	0.176	0.172	0.169	0.165	0.161	0.158	0.154	

假定其他参数值不变, 质押期间的农户还款概率 θ 在增大的过程中, 最优质押率 λ^* 随着存款利率的增大而减小, 具体趋势如表 6 所示。

表 6 最优质押率 λ^* 随着农户还款概率增大体现的趋势

θ	0.6	0.61	0.62	0.63	0.64	0.65	0.66	0.67
λ^*	0.206	0.211	0.217	0.223	0.229	0.236	0.244	0.252
θ	0.68	0.69	0.7	0.71	0.72	0.73	0.74	
λ^*	0.262	0.272	0.283	0.296	0.310	0.326	0.344	

五、结论

本文根据已有的关于改良品的研究, 提出了肥育猪养殖期初将其库存水平量 I_0 进行质押, 分析了当期末改良

品价值总量小于贷款本息和时银行面临农户企业违约风险, 并假设农户企业此种情况下还款概率为 θ , 得出银行所得利润期望, 建立了银行利润函数, 并求解了利润函数最大化时的最优质押率。再运用实证方法, 结合数据处理软件 SPSS 的使用, 并采用已有文献中关于肥育猪的养殖时间和库存量关系数据, 得出当肥育猪库存养殖期间内改良时间服从两参数的威布尔分布时, 分布中的两个参数 α 、 β 值。

此外, 以后的研究中可以进一步考虑加入第三方物流企业参与该项业务中, 以减小银行进行质押的风险。或者分析银行风险管理部门确定农户的违约概率的方法, 或者分析存在瘟疫等灾害条件下的最优质押率模型, 这将使得模型更加具有现实意义。

主要参考文献

关喜华.“农业供应链金融”模式探索与实践[J]. 银行家, 2011(11).

徐鹏, 王勇. 存货质押融资业务下的经济订货批量模型[J]. 系统工程理论与实践, 2011(11).

赵天天, 王东. 基于回购契约的农产品质押融资研究[J]. 贵州农业科学, 2013(3).

闫英, 叶怀珍, 陈思, 甘蜜. 第三方物流企业存货质押融资服务定价模型[J]. 现代物流, 2011(10).

李毅学, 冯耕中, 徐渝. 价格随机波动下存货质押融资业务质押率研究[J]. 系统工程理论与实践, 2007(12).

李毅学, 徐渝, 冯耕中, 王非. 标准存货质押融资业务贷款价值比率研究[J]. 运筹与管理, 2006(6).

李毅学, 汪寿阳, 冯耕中. 物流金融中季节性存货质押融资质押率决策[J]. 管理科学学报, 2011(11).

张钦红, 赵泉午. 需求随机时的存货质押贷款质押率决策研究[J]. 中国管理科学, 2010(5).

Heung- Suk Hwang. A study on an inventory model for items with Weibull ameliorating[J]. Computers & industrial engineering, 1997(33).

Heung- Suk Hwang. Inventory models for both deteriorating and ameliorating items[J]. Computers & industrial engineering, 1999(37).

Biswajit Mandal, Asoke Kumar Bhunia, Manoranjan Maiti. An inventory system of ameliorating items for price dependent demand rate [J]. Computers & industrial engineering, 2003(45).

陈晖, 罗兵, 杨秀苔, 黄波. 生猪类改良物品库存管理理论及实证研究[J]. 科技管理研究, 2008(6).

孙红梅, 贾娜. 存货跌价准备相关处理浅析[J]. 财会通讯, 2011(34).

【基金项目】教育部人文社科基金(编号: 12YJA630135)