模糊金融市场中的分红保险纯保费定价

周启清(副教授)

(陕西国际商贸学院国际经济学院，西安 712046)

【摘要】随着网络经济时代的来临,目标市场细分和清晰度界定的难度愈来愈大,模糊市场已成为目标市场的客观存在。金融市场充满了不确定性,传统精算定价方式立足于传统的细分市场理论基础之上,基于市场是静止的观点,它过分追求目标市场的清晰或精确,在度量风险的准确性上有所欠缺。本文在以往学者研究的基础之上,尝试将金融市场的模糊化,运用不确定理论构建在模糊金融市场上的投资组合收益模型,并根据精算原理研究模糊金融市场中分红保险的纯保费定价模型,这是向模糊方向保险精算理论研究的一个重要探索。

【关键词】模糊过程；分红保险；纯保费；定价

一、引言

2012年虽然我国保险业不景气,但分红保险却实现保费收入194.39亿元,业务占比达78.73%。由于分红保险的特点在于保险公司在实际经营中的收益高于该产品的精算假设时,将产品产生的盈余在客户与公司之间按比例分红,因此其红利具有不确定性,且保险公司承诺最低收益。该类产品的保险合同中含有期权的成分,在传统精算定价中,往往只通过对利率、死亡率以及费用率的假设来进行产品定价,缺少对其中期权价值的度量。

保险费主要由纯保费、管理成本、利润附加三个部分构成。其中,纯保费实际上包含两个部分的红利:一是被保险人在生存状态下获得的不确定红利,二是可能支付的确定金额的保险金。因此,红利的多少将是影响纯保费的重要因素。

国内外已有许多学者对随机利率及投资收益下的红利以及分红保险纯保费进行了研究。早期在Briys和Varenne(1994)的研究中,率先使用Vasicek模型来描述利率,并得出在该假设的分红保单项下的期权期望价值。在国内研究中,唐浩(2006)利用期权秧式定价理论量化了不确定性的红利,并得出了在此条件下的分红保险纯保费的精算模型;邢颜(2009)通过利用Vasicek 利率模型与股票收益模型得到保险资金投资组合收益率以及分红率。

B.D. Liu教授于2004年提出可信性理论描述了模糊环境。随后Jin Peng 和Kai Yao(2011)在此基础上研究了模糊环境下的一种新型期权定价模式,分别定义了模糊环境下的欧式、美式期权定价模型。本文中两个部分的红利(一是被保险人在生存状态下获得的不确定红利,二是可能支付的确定金额的保险金),通过以最低收益率为执行价格的欧式看跌期权与按比例分得投资收益的组合模型,来对分红保险的纯保费进行定价。

二、模糊过程相关定义介绍

随着处理过程的推进,如果其不确定性程度减少了,实际上就是过滤掉了其中的一部分不确定性信息,这种情况下,丢失了部分信息,但是有助于对目标问题有更明确的认识。反之,为了实现高的适应性能力,往往需要在系统中保留原本的不确定性信息,也就是通过降低系统的确定性来提高系统的适应性。总之,无论是希望保留系统的不确定性,还是希望降低系统的不确定性,都需要对系统的不确定性程度进行度量。

定义1:T为指标集,(Θ, P, Cr)为可信度空间,那么从$T\times(\Theta, P, Cr)$到实数集的一个函数叫做模糊过程。

定义2:若模糊过程X_t有独立增量,对于任意时刻$t_0<t_1<\cdots<t_k$,$X_{t1}-X_{t0}, X_{t2}-X_{t1}, \cdots, X_{tk}-X_{tk-1}$为相互独立的模糊变量。若模糊过程$X_t$有稳定增量,如果任意时刻$t>0$,对任意的$s>0$,都有$X_{s+t}-X_s$是同分布的模糊变量。

定义3:若一个模糊过程C_t为Liu过程,那么须满足:

(i)$C_0=0$;

(ii)C_t有独立平稳增量;

(iii)每个增量$C_{s+t}-C_s$服从期望为ut、方差为σ^2t^2的模糊正态分布,也就是其隶属函数为:

$$\mu(x)=2\left[1+\exp\left(\frac{\pi|x-ut|}{\sqrt{6}\sigma t}\right)\right]^{-1}, x\in R。$$

参数u和σ分别叫做漂移和扩散系数。当$u=0$、$\sigma=1$时,叫做标准模糊过程。

定义4:设r_t为模糊环境下的利率,则改进的模糊环境下维塞克模型可表示为:

$dr_t=b(c-r_t)dt+\sigma_r dC_r$,其中$b$为均值回复速度,$c$为长期利率水平,$\sigma_r$为利率的波动率,$C_r$为标准模糊过程。若

v_r为该条件下的贴现因子，有$v_r^t=e^{-bt-\sigma Ct}$，则：$E(v_r^t)=e^{-bt}\sqrt{6}\,\sigma tcsc(\sqrt{6}\,\sigma t)$。

三、模糊市场下保险资金投资组合收益模型

设$G(t)$为保险资金投资组合总收益，假设保险资金的投资组合收益以银行存款y_0、国债$B(t)$及证券投资$S(t)$三个部分的收益组成，其中国债投资资金比例占总投资资金的比例为π^B，证券投资资金比例占总投资资金的比例为π^S，因此有：

$$G(t)=(1-\pi^B-\pi^S)y_0+\pi^B B(t)+\pi^S S(t) \qquad (1)$$

1. 投资于银行存款收益y_0的假定。保险公司资金在银行存款方面的投资部分通常有活、定期存款及同业拆借市场这三个方面的运用，但这部分资金收益变化不大，因此对于投资于银行存款收益y_0假设为常数，采用活、定期存款和同行拆借的平均利率水平描述。

2. 投资于国债资金收益$B(t)$的假定。本文将在维塞克模型的基础上将利率模糊化，通过假定利率的波动过程为模糊过程来描述投资于长期国债的收益。根据定义4有：

$$dr_t=b(c-r_t)dt+\sigma_r dC_r \qquad (2)$$

令$a=bc$，$dr_t=(a-br_t)dt+\sigma_r dC_r$ (3)

对公式(3)两边同时积分可得

$$R(t)=\int_0^t r_s ds=r_0e^{-bt}+\frac{a}{b}(1-e^{-bt})+\sigma_r\int_0^t e^{-bt}dC_r(t) \qquad (4)$$

则$R(t)$服从期望值为$[\frac{a}{b}+e^{-bt}(r_0-\frac{a}{b})]$、方差为$(\frac{\sigma_r}{b}-\frac{\sigma_r}{b}e^{-bt})$的标准Liu过程，即：

$$R(t)\sim N[\frac{a}{b}+e^{-bt}(r_0-\frac{a}{b}),\frac{\sigma_r}{b}-\frac{\sigma_r}{b}e^{-bt}] \qquad (5)$$

3. 投资于证券资金收益$S(t)$的假定。在模糊环境下的资本市场中，对短期股票的价格我们采用新型模糊股价模型。假设Y_t为股票价格，则新型模糊股票价格变化模型可描述为：

$dY_t=(r^0_t+\sigma_s Y_t)dt+\sigma_s dC_t$，其中$r^0_t$为$t$时刻时的短期无风险利率。

由于分红保险中，必须当实际股票价格大于设定的最低价格时，才能够实现分红，因此在这里可以将该部分看做一个欧式看涨期权。假定执行价格为K，则股票投资收益为：$S(t)=(Y_t-K)^+$。

假设期限为T，则该欧式期权的价值为：

$$f_c=e^{-rT}E[(Y_t-K)^+] \qquad (6)$$

根据定义4中改进后的模糊环境下的维塞克模型，可知$Y_T=Y_0e^{bs+\sigma_s C_t}$，则：

$$f_c=e^{-rT}E[(Y_t-K)^+]$$
$$=e^{-rT}E[(Y_0e^{bT+\sigma_s C_T}-K)^+]$$
$$=e^{-rT}\int_0^{+\infty}Cr\{Y_0e^{bT+\sigma_s C_T}-K\geqslant x\}dx$$
$$=e^{-rT}\int_{K/Y_0}^{+\infty}Cr\{Ye^{bT+\sigma_s C_T}\geqslant y\}dy$$
$$=e^{-rT}\int_{K/Y_0}^{+\infty}Cr\{bT+\sigma_s C_T\geqslant \ln y\}dy$$
$$=e^{-rT}\int_{K/Y_0}^{+\infty}\{1+\exp[\frac{\pi(\ln y-bT)}{\sqrt{3}\sigma_s T}]\}^{-1}dy$$

四、模糊环境下的分红保险的纯保费定价

分红保险最大的特点在于定期计算产品的盈余并就产品的盈余在寿险公司和客户之间进行分配。红利分配随寿险公司经营状况的变化而变化，具有不确定性。在分红保险的定价中，一般假设更高的预期死亡率、经营费用、退保率，更低的预定利率。

分红保险的风险给付A主要由生死两全给付金额α、红利支付G金额构成，则α为随机变量，G为模糊变量，且两者相互独立。根据精算定价原理，该分红保险的纯保费为其各项给付的精算现值，本文中现值运算符号用E^0表示。即：

$$E^0(A)=E^0(\alpha+G)=E^0(\alpha)+E^0(G) \qquad (7)$$

在模糊金融市场中，设一个年龄为x岁的人，购买一份T年定期传统两全保险，身故保险金为C_0，t时刻的分红金额为$G(t)$，保险金及红利给付采用连续给付假设，$e^{-\delta t}$为无风险贴现函数。

1. 分红保险纯保费的生死两全各付部分精算现值：

$$E^0(\alpha)=C_0\int_0^t tP_x\mu_{x+1}e^{-\delta t}dt+C_0e^{-\delta t}{}_{T-1}P_x$$

2. 分红保险纯保费的红利给付部分：

$$E^0(G)=E^0[(1-\pi^B-\pi^S)y_0+\pi^B B(t)+\pi^S S(G)]$$
$$=E^0[(1-\pi^B-\pi^S)y_0]+E^0[\pi^B B(t)]+E^0[\pi^S B(t)]$$

我们逐项计算精算现值。

投资银行存款收益部分现值：

$$E^0[(1-\pi^B-\pi^S)y_0]=(1-\pi^B-\pi^S)y_0\int_0^T e^{-\delta t}{}_tP_x\mu_{x+t}dt$$

投资国债收益部分现值：

$$E[\pi^B B(t)]=\pi^B\int_0^T E[B(t)]tP_x\mu_{x+t}dt$$
$$=[\frac{a}{b}+e^{-bT}(r_0-\frac{a}{b})]\pi^B\int_0^T E(v^t)tP_x\mu_{x+t}dt$$
$$=\sqrt{6}\,\sigma_r[\frac{a}{b}+e^{-bT}(r_0-\frac{a}{b})]\pi^B\int_0^T e^{-bt}tcsc(\sqrt{6}\,\sigma_r t)tP_x\mu_{x+t}dt$$

投资股票收益部分现值：

$E^0(\pi^S S(t)=\pi E^0[S(t)]$，代入公式(6)并结合定义4可得：

$$E^0(\pi^S S(t)=\pi^S f_c\int_0^T E(v^t)tP_x\mu_{x+t}dt$$
$$=\sqrt{6}\,\sigma_s\pi^S f_c\int_0^T e^{-bt}tcsc(\sqrt{6}\,\sigma_s t)tP_x\mu_{x+t}dt$$

则：

$$E^0(G)=(1-\pi^B-\pi^S)y_0)\int_0^T e^{-\delta t}tP_x\mu_{x+t}dt+\sqrt{6}\,\sigma_r[\frac{a}{b}+e^{-bT}(r_0-\frac{a}{b})]\pi^B\int_0^T e^{-bt}tcsc(\sqrt{6}\,\sigma_r t)tP_x\mu_{x+t}dt+\sqrt{6}\,\sigma_s\pi^S f_c\int_0^T e^{-bt}tcsc(\sqrt{6}\,\sigma_s t)tP_x\mu_{x+t}dt$$

非寿险责任准备在损益表的体现

王 春[1]，祝锡萍[2]

（1.浙商财产保险股份有限公司，杭州 310003；2.浙江工业大学经贸管理学院，杭州 310032）

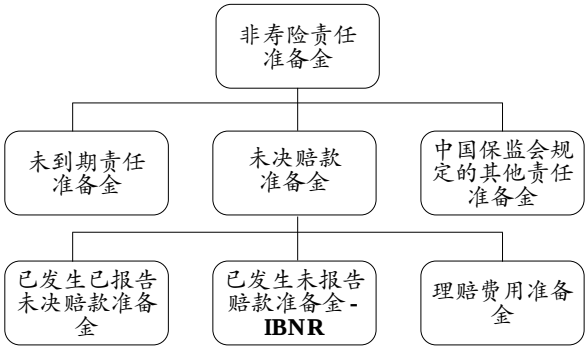
【摘要】非寿险责任准备金的确认与计量不同于其他负债，保险公司需要遵循中国保监会颁布的相关规定，按照保险精算确定的金额提取责任准备金。准备金与保费发展速度，与公司的计提参数又密切相关，本文重点介绍非寿险责任准备金在利润表的体现。

【关键词】非寿险责任准备金；未决赔款准备金；未到期责任准备金

众所周知，保险公司的经营与普通企业不一样，其特点是：业务发生在前，主要成本支出发生在后。保险公司的经营者最关注的问题莫过于：公司对客户的负债究竟是多少？准备金计提如何影响企业利润？本文就此来谈谈非寿险责任准备金。

一、非寿险责任准备金的分类

非寿险准备金就是指经营非寿险业务的保险公司根据保险合同用于支付未来赔付所应预留或准备的资金。准备金的具体分类如右图所示。



综上，得到模糊环境下分红保险纯保费计算式：

$$E^0(A)=C_0\int_0^T tP_x\mu_{x+t}e^{-\delta t}dt+C_0e^{-\delta t}{}_{T-1}P_x+(1-\pi^B-\pi^S)\times y_0\int_0^T e^{-\delta t}tP_x\mu_{x+t}dt+\sqrt{6}\,\sigma_r\left[\frac{a}{b}+e^{-bT}\left(r_0-\frac{a}{b}\right)\right]\pi^B\int_0^T e^{-bt}tcsc(\sqrt{6}\,\sigma_r t)tP_x\mu_{x+t}dt+\sqrt{6}\,\sigma_s\pi^S f_c\int_0^T e^{-bt}tcsc(\sqrt{6}\,\sigma_s t)tP_x\mu_{x+t}dt$$

五、小结

随着网络经济时代的来临，目标市场细分和清晰度界定的难度愈来愈大，模糊市场已成为目标市场的客观存在。金融市场充满了不确定性，传统精算定价方式立足于传统的细分市场理论基础之上，基于市场是静止的观点，它过分追求目标市场的清晰或精确，在度量风险的准确性上有所欠缺。本文在以往学者研究随机环境下的精算基础之上，尝试将金融市场的的利率模糊化，研究了在模糊金融市场上的投资组合收益模型，并根据精算原理研究了模糊金融市场中分红保险的纯保费定价模型，是向模糊方向保险精算理论研究的一个探索。

主要参考文献

Briys. E., F. de Varenne. Life Insurance in a Contingent Claim Framework: Pricing and Regulatory Implications[J].The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory,1994(19).

邢颜.分红保险的期权鞅式定价研究[J].数学理论与应用,2009(3).

张铁岩,孙秋野.模糊集理论及其电力行业应用[M].北京:机械工业出版社,2009.

Jin Peng, Kai Yao. A New Option Pricing Model for Stocks in Uncertainty Markets[J].International Journal of Operations Research,2011(2).

周桦.中国分红保险产品定价研究[J].保险研究,2008(12).

B. Liu. Fuzzy process, hybrid process and uncertain process[J]. Journal of Uncertain Systems,2008(1).

Xiang Li. Zhongfeng Qin. Expected Value and Variance of Geometric Liu Process[J]. Far East Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence,2008(2).

信恒占.随机利率下的连续型增额寿险精算研究[J].统计与决策,2010(7).

梁来存.可变利率下寿险纯保费精算模型的改进[J].统计与决策,2007(1).

【基金项目】陕西省教育厅课题(编号:2013JK0168);2013年度陕西省教育科学“十二五”规划课题(编号:SGH13497)