

基于 PLC 理论与 Logistic 模型的 净现值法改进研究

赵锡锋¹, 莫颖宁¹(副教授), 牟春兰¹, 庞国伟²

(1.山东中医药大学药学院, 济南 250355; 2.山东中医药大学校办, 济南 250355)

【摘要】为了克服传统的净现值法(NPV)假设项目现金流量不变、折现率固定的缺陷,本文将生命周期理论(PLC)纳入净现值法以改进对项目期限、项目现金流量、折现率三个参数的预测。为了识别项目生命周期阶段,文章以与生命周期拟合度较高的 Logistic 曲线为基础,以增长率作为识别生命周期阶段的主要指标,通过构建改进的 Logistic 模型,推导出项目期限、现金流量以及折现率模型,从而实现了对项目期限、项目现金流量、折现率三个参数的动态预测,并以实例演示了此方法的运用过程。

【关键词】项目评价; 净现值; 生命周期; Logistic 模型

净现值法是投资项目评价的主要方法,但在传统的理论及实践中,运用净现值法进行投资项目评价往往主观设定项目期限,假设项目在经营期间的现金流量不变、折现率固定。根据产品的生命周期理论,项目产品会经历从起步到成长,再到成熟、衰退的生命周期过程。在起步阶段,市场不确定性较强,项目产品销售量较小;在成长阶段,产品销量快速增长,企业数量增加,模仿产品出现;在成熟阶段,销量稳定,现金流充裕;在衰退阶段,销量萎缩,市场充满危机,新产品出现。该论述虽然比较笼统,但却概括了项目产品更迭的一般规律。在生命周期理论框架下,投资项目经营期间的现金流量、项目风险均处于动态变化之中。若沿用现金流量、折现率均不变的假设,使用净现值法对投资项目进行评价,必然会夸大或低估项目的经济效果。

一、Logistic 模型与产品生命周期

本文所使用的基础模型为 Logistic 模型。Logistic 模型的表达式为: $F(t) = \frac{K}{1 + ce^{-rt}}$ 。式中参数 K 表示产品饱和

需求量, t 表示时间, r 为比例常数, c 为积分常数。研究者们对 Logistic 模型的应用可以追溯到马尔萨斯的人口模型,后来经统计学家 Pearl 和 Read(1920)等的发扬,目前 Logistic 模型已经在医药、经济等多个领域得到运用。近期研究中,孙莹等(2014)使用 Logistic 组合模型对中国钢铁资源与生产流程结构进行长期预测,李晓晖等(2014)使用 Logistic 模型对中国客运量进行预测。

Logistic 函数为累积函数,当 $t \rightarrow -\infty$ 时, $\lim_{t \rightarrow -\infty} F(t) = 0$, 表明市场上并未有此种产品;当 $t = 0$ 时,市场上的产品量

$F(0) = K/(1+c)$; 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) = K$, 表明产品的市场需求已经饱和。Logistic 模型的图形曲线非常符合产品生命周期特征,实际调查表明,销售曲线与 Logistic 曲线十分接近,尤其是在销售后期,两者几乎完全吻合。Logistic 模型与生命周期曲线之间的对应关系如图 1 所示。

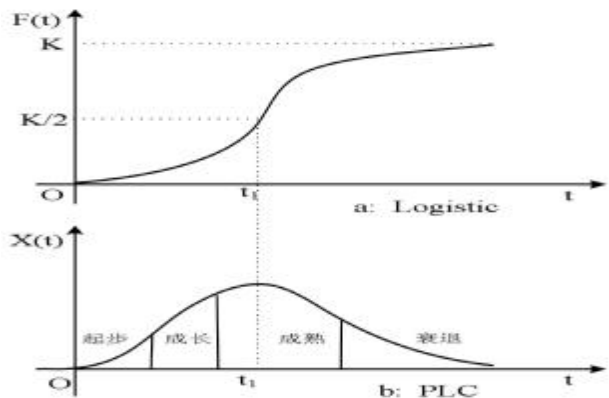


图 1 Logistic 曲线与生命周期曲线的关系

二、投资项目生命周期阶段的识别

当前理论研究中,对生命周期究竟划分为几个阶段尚有争议,三阶段至六阶段学说均有之。但四阶段划分方法较为常用,故本文采用四阶段划分方法,将产品生命周期划分为起步期、成长期、成熟期和衰退期四个阶段。

对生命周期时点识别的定量研究上,汪兴东、陈健(2006)使用模糊数学判别的方法进行生命周期识别。黄由衡、段丽丽(2013)利用 Logistic 模型使用黄金分割法、试位法进行生命周期识别。本研究使用 Logistic 模型,以模型客观的增长率作为生命周期时点识别的主要方法。该方

法不但能较好地克服生命周期识别中的主观性误差,还具有较强的现实操作性,即使是在缺少数据的情况下,也能够进行生命周期时点识别与预测。

1. 投资项目生命周期时点模型。在 Logistic 模型现有参数的基础上,本研究定义三个新变量 f_0 、 m 、 t_m 。

(1) 设初始时刻的产品量为 f_0 , 因为: $F(0) = K / (1 + c) = f_0$, 则积分常数: $c = \frac{K - f_0}{f_0}$, ($f_0 > 0$)。

(2) 设 $m (0 < m < 1)$ 表示项目产品拟达到的市场饱和度, 因为初始时刻市场产品的饱和度为 f_0 / K , 所以显然当 $m > f_0 / K$ 时, 项目才有投资的必要。变量 m 的设定不仅为计算带来了方便, 还使得利用 Logistic 模型分析生命周期变得更有实际意义。因为只有当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 才有 $\lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) = K$ 。也就是说, 要实现需求的饱和, 得花费无穷多的时间。所以对于任何投资项目而言, 它的目标并不是要达到需求的完全饱和, 而应是达到特定的饱和度。变量 m 的设定正是体现了这一思想。

(3) 设 t_m 表示项目产品达到 m 饱和度时所耗用的时间, 则 t_m 时刻对应的饱和需求量为 mK 。因为 $F(t_m) = \frac{K}{(1 + ce^{-rt_m})} = mK$, 所以有:

$$t_m = \ln \frac{m(K - f_0)}{f_0(1 - m)} / r, (r, f_0 > 0, 0 < m < 1)。$$

Logistic 曲线具有唯一拐点。因为该拐点是模型增长率的分界点, 因此它可近似作为划分成长期与成熟期的

分界点。令 $\frac{d^2F(t)}{dt^2} = 0$, 得拐点: $t = \frac{\ln \frac{(mK - f_0)(K - f_0)}{(mK + f_0)f_0}}{r}$,

($r, f_0 > 0, 0 < m < 1$)。 $t = t_{\text{成长}}$, 它即为成长期与成熟期的分界点。

连接端点 $(0, f_0)$ 和 (t_m, mK) , 构建辅助线性函数 $Y(t)$ (如图 2 所示), 则函数 $Y(t)$ 的导函数刻画了投资项目达到 m 市场饱和度时的平均增长速度。其表达式为: $Y(t) = \frac{mK - f_0}{t_m} t + f_0$ 。

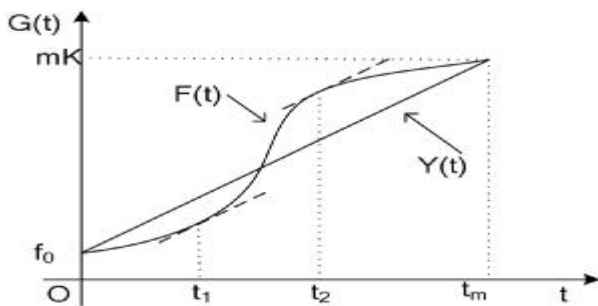


图 2 生命周期识别模型图

令 $G(t) = F(t) - Y(t) = \frac{K}{1 + ce^{-rt}} - \frac{mK - f_0}{t_m} t - f_0$, 因为

$G(t)$ 在闭区间 $[0, t_m]$ 上连续, $(0, t_m)$ 内可导, 且 $G(0) = G(t_m) = 0$, 根据罗尔中值定理, 在区间 $(0, t_m)$ 内至少存在一点 ξ , 使 $G'(\xi) = 0$ 。即 $G'(t) = rF(t)[1 - F(t)/K] - (mK - f_0)/t_m = 0$, 应至少有一个解。解得: $t_1, t_2 =$

$$\ln \frac{2(K - f_0)(mK - f_0)}{f_0 \left\{ Krt_m - 2(mK - f_0) \pm \sqrt{Krt_m [Krt_m - 4(mK - f_0)]} \right\}} / r, (r, f_0 > 0)$$

当 $m > f_0 / K$ 时, $Krt_m \geq 4(mK - f_0)$, $Krt_m - 2(mK - f_0) \pm \sqrt{Krt_m [Krt_m - 4(mK - f_0)]} > 0$ 。另外, $m > f_0 / K$ 的条件下, $t_1 \neq t_2$, 又因为 $t_{\text{成长}}$ 是 Logistic 曲线的唯一拐点, 所以 $t_1, t_2, t_{\text{成长}}$ 三个点必定不会重合。令 $t_1 = t_{\text{起步}} < t_2 = t_{\text{成熟}}$, 它们即是划分起步期与成长期、成熟期与衰退期的分界点。

综上所述, 本文得出以下结论: 当 $t \in (0, t_{\text{起步}})$ 时, $\frac{dF(t)}{dt} - \frac{mK - f_0}{t_m} < 0, \frac{d^2F(t)}{dt^2} > 0$, 为起步阶段; 当 $t \in (t_{\text{起步}}, t_{\text{成长}})$ 时, $\frac{dF(t)}{dt} - \frac{mK - f_0}{t_m} \geq 0$, 为成长阶段; 当 $t \in (t_{\text{起步}}, t_{\text{成熟}})$ 时, $\frac{dF(t)}{dt} - \frac{mK - f_0}{t_m} \geq 0$, 为成熟阶段; 当 $t \in (t_{\text{起步}}, t_m)$ 时, $\frac{dF(t)}{dt} - \frac{mK - f_0}{t_m} < 0, \frac{d^2F(t)}{dt^2} < 0$, 为衰退阶段。

2. 对时点模型参数的讨论。三个分界点模型一共产生 K, f_0, r, m 四个参数构成 (t_m 也是它们的函数)。其中 K, f_0 和 r 的值应采用市场调研与预测的方法得出, m 值应根据市场经验主观设定, 或者设定为一个接近于 1 的值, m 值越大, 投资项目持续的时间就越长。

饱和需求量 K 指的是该项目所对应目标市场的需求量上限, K 值越大, 初始值 f_0 越低, 项目持续的时间 t_m 就越长。初始值 f_0 是市场上类似产品的存量。 $dt_{\text{起步}}/df_0 < 0, dt_{\text{成长}}/df_0 < 0$ 。这表明: 随着初始量 f_0 的增加, 项目处于起步期, 成长期的时间将会缩短, 反之将会延长, 这符合现实情况。因为当市面类似商品越多时, 人们会更容易接受与之相关的产品, 厂商也会省去一笔宣传推广费用, 两者的合力会使厂商更快地度过起步期、成长期。反之, 当市面类似商品较少, 那么厂商需耗费一定的资金与时间进行产品的推广, 产品的起步期就会延长。但由于竞争产品、模仿产品的减少, 特别是项目产品受专利保护时, 项目产品的成长期就会延长。由于 $dt_{\text{成熟}}/df_0$ 的结果存在多种可能性, 所以 f_0 的值与成熟期、衰退期的关系并不明显。

参数 r 是比例常数, 它表达的含义是项目产品的增长率。 r 的值越高, 则达到目标市场饱和度的时间 t_m 就会越短。在时点模型中, 如果 r 的值越高, 相应的时间分界点也会越短, 这和计算 t_m 时的规律是一致的。细分 r 的构成,

它可以被分解为产品的购买率和产品的消耗率两部分。低消耗率产品对应的 r 值较高,比如属于耐用品的家用电器、家具、汽车等。此类产品比较容易在短时间内达到既定的市场饱和率,会表现出明显的生命周期特征。若产品进入衰退期,生产低消耗率产品的商家,必须通过持续不断的技术革新、质量改进、功能完善等策略淘汰旧产品以释放需求。反之,较低的 r 值一般是由高消耗率引起,比如属于快速消费品的日化产品、食品饮料、烟酒等。此类产品很难在短时间内达到既定的市场饱和率,也往往不具有特别明显的生命周期特征。所以,生产高消耗产品的商家,往往通过品牌宣传吸引消费者,或培育顾客忠诚度等策略促使消费者形成偏好,以捆绑消费者。

三、净现值法中各项参数的优化

1. 项目期限。在生命周期理论框架下,投资项目的项目期限为 $t_m = \ln \frac{m(K - f_0)}{f_0(1 - m)} / r$, ($r, f_0 > 0, 0 < m < 1$)。因为模型中包含了产品的市场需求量、产品的增长率以及竞争产品等市场因素,因此使用该模型预测投资项目期限与使用资产的自然寿命或经济寿命相比,能够更好地体现投资项目的实际期限。

2. 现金流量。投资项目经营期间的净现金流量主要由净利润构成。因为Logistic模型函数为累积函数,且连续可导,其一阶导函数 $dF(t)/dt$ 即为销量函数 $X(t)$, $X(t) = \frac{Krc e^{-rt}}{(1 + ce^{-rt})^2}$ 。这即是净现值法中预测各时刻现金流量的基础。但由于在生命周期的不同阶段,项目产品的收益率与风险大小均存在差异,因此对净现金流量的预测还应根据上文推导的生命周期时点模型,结合成本预测与收益率预测等方法进行综合预测。

3. 折现率。根据生命周期时点模型,可以在不同的生命周期阶段采用主观评定法、加权平均资本成本的方法确定折现率,这些方法相比采用固定折现率,均考虑到投资项目在不同生命周期阶段的风险差异。

根据Logistic模型,可计算销量函数 $X(t)$,这就为量化项目风险提供了可能。根据风险越大、要求的报酬率越高的思想,结合资本资产定价模型的构建模式,还可以构建以下动态折现率模型: $i_t = i_f + \alpha Rt$ 。式中, i_t 为第 t 时期的折现率; i_f 为无风险报酬率; α 为风险报酬系数; Rt 为第 t 时期的风险程度。

在财务理论中,项目风险分为财务风险和经营风险。财务风险是项目资本结构中长期负债的存在而对收益产生的影响,用财务杠杆系数(DFL)进行衡量,财务杠杆系数的计算式为: $DFL = EBIT / (EBIT - I)$,式中:EBIT为息税前利润;I为债务利息。在其他要素水平不变的条件下,长期负债比例越高,财务杠杆系数就会越大,财务风险就越大。经营风险是由市场的需求、成本等因素的不确定性所

引发,对经营风险的衡量使用经营杠杆系数(DOL)。

经营杠杆系数的计算以固定经营成本对息税前利润的影响为基本思想,其计算式可以化为: $DOL = (P - V) / EBIT$ 。式中:P产品单价;V为单位变动成本。经营杠杆虽然可能会扩大市场不确定性因素对利润变动的影 响,但是它与经营风险的变动成正比例关系,即在其他要素水平不变的条件下,经营性固定成本占总成本的比例越大,经营杠杆系数就越高,经营风险也就越大。

项目总风险是财务风险和经营风险两者的合力所造成的复合效应,可以用复合杠杆系数(DCL)衡量,其计算式可以化为: $DCL = DFL \times DOL = (P - V) / (EBIT - I)$ 。项目复合杠杆系数越大,复合风险就越大。因此第 t 时期的风险度 $Rt = DCLt$ 。投资项目评价的动态折现率模型可表示为: $i_t = i_f + \alpha DCLt$ 。

四、应用举例

某一投资项目生产产品A,经市场调查发现市场需求量上限为100单位,当前市场类似产品市场份额约为10单位,产品增长率为20%,当该产品的市场覆盖率达到80%时项目终结。该项目固定资产投资100万元,其中长期债务融资50万元,年利率6%。设备产能已满足市场需求,该资产自然寿命20年,项目结束时无残值,采用直线法计提折旧。项目当年即投产,垫付流动资金20万元。考虑规模经济等因素的综合影响,预计项目起步阶段、成长阶段、成熟阶段、衰退阶段的平均税后净利润分别为3万元每单位、4万元每单位、5万元每单位、3万元每单位。项目固定成本只包括折旧。假设在整个项目生命周期过程中无重大技术革新,请对该项目进行经济评价(无风险报酬率为5%,风险报酬系数为4%,所得税税率 $T=25%$)。

解:根据项目期限算式,该产品达到80%市场覆盖率需要的时间为: $t_m = \ln \frac{0.8 \times (100 - 10)}{10 \times (1 - 0.8)} / 0.2 \approx 18$ (年)

根据生命周期时点模型计算式得:

$$t_{起步} = \ln \frac{2 \times (100 - 10) \times (80 - 10)}{10 \times [360 - 140 + \sqrt{360 \times (360 - 280)}]} / 0.2 \approx 5$$

(年)

$$t_{成长} = \ln \frac{(100 - 10) \times (80 - 10)}{10 \times (100 - 10)} / 0.2 \approx 9$$

(年)

$$t_{成熟} = \ln \frac{2 \times (100 - 10) \times (80 - 10)}{10 \times [360 - 140 - \sqrt{360 \times (360 - 280)}]} / 0.2 \approx 15$$

(年)

投资项目的起步阶段为第一年至第五年;成长阶段为第六年至第九年;成熟阶段为第十至第十五年;衰退阶段为第十六至十八年。根据销量预测式得,生命周期四个阶段的净利润分别为 $3X(t)$ 、 $4X(t)$ 、 $5X(t)$ 、 $3X(t)$ 。

投资项目现金流量及净现值的计算如表1、表2所示,项目的净现值为39.56万元。

表 1 投资项目净现值计算表 单位:万元

期数	计算表达式	起步阶段(经营期)					成长阶段(经营期)			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
销量①	X(t)	2.10	2.44	2.80	3.18	3.56	3.94	4.28	4.58	4.81
折旧②	100/18≈5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55
EBIT③	⑤/(1-T)+④	11.40	12.76	14.20	15.72	17.24	24.01	25.83	27.43	28.65
利息(I)④	50×6%=3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
净利润⑤	单位利润×①	6.3	7.32	8.4	9.54	10.68	15.76	17.12	18.32	19.24
NCF(t)	⑤+②	11.85	12.87	13.95	15.09	16.23	21.31	22.67	23.87	24.79
DFL⑥	③/(③-④)	1.36	1.31	1.27	1.24	1.21	1.14	1.13	1.12	1.12
DOL⑦	(③+②)/③	1.49	1.43	1.39	1.35	1.32	1.23	1.21	1.20	1.19
DCL⑧	⑥×⑦	2.02	1.88	1.76	1.67	1.60	1.41	1.37	1.35	1.33
折现率	5%+4%×⑧	13%	13%	12%	12%	11%	11%	10%	10%	10%
现值系数	(P/F, i, t)	0.885	0.783	0.712	0.636	0.594	0.535	0.513	0.467	0.424
现值	NCF(t)×(P/F, i, t)	10.49	10.08	9.93	9.60	9.64	11.40	11.63	11.15	10.51

表 2 投资项目净现值计算表 单位:万元

期数	计算表达式	成熟阶段(经营期)					衰退阶段(经营期)			
		10	11	12	13	14	15	16	17	18
销量①	X(t)	4.95	5.00	4.95	4.80	4.57	4.27	3.93	3.55	3.17
折旧②	100/18≈5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.65
EBIT③	⑤/(1-T)+④	36.00	36.33	36.00	35.00	33.47	31.47	18.72	17.20	15.68
利息(I)④	50×6%=3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
净利润⑤	单位利润×①	24.75	25.00	24.75	24.00	22.85	21.35	11.79	10.65	9.51
A										20
NCF(t)	⑤+②	30.3	30.55	30.3	29.55	28.4	26.9	17.34	16.2	35.16
DFL⑥	③/(③-④)	1.09	1.09	1.09	1.09	1.10	1.11	1.19	1.21	1.24
DOL⑦	(③+②)/③	1.15	1.15	1.15	1.16	1.17	1.18	1.30	1.32	1.36
DCL⑧	⑥×⑦	1.26	1.26	1.26	1.27	1.28	1.30	1.54	1.60	1.68
折现率	5%+4%×⑧	10%	10%	10%	10%	10%	10%	11%	11%	12%
现值系数	(P/F, i, t)	0.386	0.351	0.319	0.290	0.263	0.239	0.188	0.170	0.130
现值	NCF(t)×(P/F, i, t)	11.70	10.72	9.67	8.57	7.47	6.43	3.26	2.75	4.57

注:A表示流动资金回收。

五、结论

传统的投资项目经济评价在应用中使用静态的净现值(NPV)评价法,表现为对现金流量的预测往往无视项

目的生命周期规律,对折现率的确定往往忽略项目不同时间的风险差异。本文以生命周期理论和 Logistic 模型为研究内核,推导出的生命周期时点模型将项目生命周期划分为四个阶段:起步阶段、成长阶段、成熟阶段、衰退阶段。根据不同阶段的收益与风险差异性,预测动态现金流量,通过使用综合杠杆系数对风险进行衡量,构建了动态折现率模型,将生命周期理论与净现值评价法相融合,优化了净现值评价法,实现了对投资项目的动态经济评价。由于本文所构建的预测模型使用的参数简洁,这就使本研究结论具有较强的现实可操作性。

主要参考文献

R.Peal, L.J.Read. On the Rate of Growth of Population of United States Since 1790 and Its Mathematical Representation [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1920(6).

孙莹,耿心怡,汪鹏.中国钢铁资源与生产流程结构的长期预测——基于动态物质流与 ARIMA- Logistic 组合模型[J].资源科学, 2014(3).

李晓晖,谭清美,赵爱文.基于因子分析和 logistic 模型的中国客运量预测[J].系统管理学报, 2014(3).

杨启帆,康旭升,赵雅因.数学建模[M].北京:高等教育出版社, 2008.

黄伟麟,钟夏雨,冼健.高新技术制造企业生命周期划分的实证研究[J].经济问题, 2014(2).

汪兴东,陈健.产品生命周期识别方法的演进及评析[J].江苏商论, 2006(7).

刘家国.我国船舶工业产业生命周期识别及其可持续发展研究[J].科技管理研究, 2009

(6).

黄由衡,段丽丽.基于生命周期和 Logistic 模型的产业集群发展阶段识别[J].物流技术, 2013(9).