

基于 GARCH 和 VAR 模型的 股指期货最优套保比计算

陈冉 雒毅

(石家庄信息工程职业学院 石家庄 050000)

【摘要】为了便于投资者投资,本文计算了投资者利用股指期货进行套期保值时应选取的最优合约份数,也就是股指期货的最优套保比。通过选用沪深两市 A 股 300 股指现货作为持有头寸、沪深 300 股指期货为套保工具,选取 2012 年 4 月 19 日至 2014 年 1 月 13 日的股指现货和期货的收益率序列,采用主流的 GARCH 模型和 VAR 模型,在可变的样本区间下计算了股指期货的最优套保比。较之国内文献忽略时变特征的做法,本文采用的方法较为严谨。

【关键词】最优套保比 股指期货 GARCH 模型 VAR 模型

20 世纪 70 年代随着布雷顿森林体系的瓦解,西方实行市场经济和浮动汇率制度的国家无一幸免地经历了汇率、利率的频繁波动和股票市场的大幅下跌的波折。金融期货在此背景下应运而生,主要作用为管理风险、价格发现和提高交易效率三个方面。股指期货就是专门为管理股票市场风险而设计的金融衍生产品。从国际市场的角度看,股指期货已在完善资本市场功能与体系方面得到广泛认可。国际清算银行(BIS)统计表明:在资金高速流动、通讯技术突飞猛进的背景下,全球股指期货交易规模与增长速度都十分惊人,其中亚太地区股指期货交易份额在全球市场不断攀升。2010 年 2 月,我国证监会正式批复中国金融期货交易所沪深 300 股指期货合约和业务规则。沪深 300 股指期货合约的正式推出,标志着我国金融市场的一大进步,丰富了金融市场投资或者保值的手段,提高了整个金融市场的效率。

一、文献综述

1. 国内文献综述。

(1) 股指期货套利的研究。王伟峰和刘阳(2007)根据我国还不具备跨市场套利与跨品种套利的情况,就股指期货的跨期套利进行分析,利用模拟期货市场的数据进行实证研究,详细介绍了完全套期保值、不完全套期保值、投资组合保险策略,并实证比较了三种策略的优劣,为投资者进行股指期货套利提供了参考意见。

(2) 股指期货对股票现货市场的影响。在股指期货的推出对股票现货市场的影响方面,涂志勇和郭明(2008)分析了股指期货推出时间给定的条件下,推出前后大盘价格的变动,认为股指期货的引入对股票现货市场的短期效应受到市场跟风行为强弱的影响,对目前国内投资

者具有很强跟风倾向的现状,预测股指期货在推出前短期内将抬高大盘,推出后则压低大盘,同时认为股指期货的推出也可能降低市场的波动性。杨阳等(2010)认为融资融券能够有效稳定指数股的波动,而结构不完善的股指期货市场会使股票市场波动性显著增大。但是随着股指期货市场结构的完善,股指期货对股票市场的稳定作用会逐步显现。

沪深 300 股指期货推出后,国内研究者开始将研究方向主要集中于最优套期保值比的实证分析和股指期货的定价。佟孟华(2011)选取了沪深 300 股指期货的交易数据和沪深 300 指数作为研究对象,建立 ECM-BGARCH(1, 1)的动态套期保值模型,得出最优套期保值比率,尝试将投资者进行决策时所考虑到的来自外部的约束条件纳入研究范畴。

在套保比计算模型的选取上,尚甜甜(2010)选取了误差修正模型和 VAR 模型计算最优套期保值比率,认为该两种模型优于 OLS、双变量自回归、广义自回归条件异方差等模型。杨仁美(2011)引入了基于时变的 Copula 的套期保值模型对沪深 300 股指期货套期保值进行研究,弥补了其他相关研究在现货和期货相关关系的动态变化过程上的缺陷,发现相对于 OLS、CCC-GARCH 模型,基于时变正态 Copula 的套期保值模型,其资产风险减小程度最大,套期保值效果最好。王志伟(2010)对传统 OLS 和二元 GARCH 模型进行最优套期保值比率计算并比较后,发现二元 GARCH 模型相对于传统 OLS 模型更优。

2. 国外文献综述。国外学者对股指期货套期保值策略研究集中于最优套期比(OHR)的估计。Ederington(1979)运用 Markowitz 组合投资理论,将期、现货头寸作

为投资组合,在风险最小或效用最大条件下确定两者的最优比例,标志着研究进入现代组合套期保值理论阶段。**Bollerslev(1986)**考虑到了金融时序的动态波动特性,提出**GARCH**模型,较好地描述了收益率的高峰厚尾特征,得出动态最优套期保值比率。**Howard和D'Antonio(1984)**从**Sharp**的证券市场线出发,在效用函数最大化条件下,给出最优**Sharpe**套期保值比率。对套期保值策略有效性评估方法主要是组合标准差评级,通过比较组合套期保值前后收益标准差变动来反映套期保值效果。

二、最优套保比的计算模型

关于最优套期保值比率的计算方法,国内文献采用率较高的有以下几种:普通最小二乘回归(**OLS**)、最小二乘回归误差修正模型(**OLS-CI**)、双变量向量自回归模型(**VAR**)、误差修正模型(**ECM**)、广义自回归条件异方差模型(**GARCH**)、误差修正**GARCH**模型等。从文献回顾中可以看出,学者们都非常推崇后四种模型,认为这些复杂的模型的表现远远优于简单的**OLS**模型。然而,结构看似复杂的模型背后其实还有一些基础性的问题没有仔细考虑。本文将主要利用**GARCH**模型和**VAR**模型计算最优套保比,并说明模型运用过程中被学者所忽略的一些问题。

1. 向量自回归模型(**VAR**)。**Herbst**等(**1993**)提出**OLS**计算所得结果会受残差序列自相关的影响,并且给出了修正后的模型:

$$\Delta \ln S_t = C_s + \sum_{i=1}^m \alpha_s \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^m \beta_s \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_s$$

$$\Delta \ln F_t = C_f + \sum_{i=1}^m \alpha_f \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^m \beta_f \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_f$$

此模型下的最优套期保值比率为:

$$h^* = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln S_t, \Delta \ln F_t | \Delta \ln S_{t-1}, \Delta \ln F_{t-1})}{\text{Var}(\Delta \ln F_t | \Delta \ln S_{t-1}, \Delta \ln F_{t-1})} = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_{ff}}$$

特别地,如果 $\Delta \ln F_t$ 和 $\Delta \ln S_t$ 是平稳序列时,此模型可变换为以下模型:

$$\Delta \ln S_t = C + \Delta \ln F_t + \sum_{i=1}^l \alpha_i \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^l \beta_i \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_t$$

注意,此时模型需要先确定最优滞后阶数**l**。

2. **GARCH**模型。已经有许多实证研究验证了**Bollerslev(1986)**提出的**GARCH**模型能成功刻画金融时间序列的波动特征,可以用**GARCH**模型来估计最优套期保值比率。具体模型如下:

$$\text{均值方程为: } \Delta \ln S_t = \alpha + \beta \Delta \ln F_t + \varepsilon_t$$

$$\text{条件方差方程为: } \sigma_t^2 = \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \delta_j \sigma_{t-j}^2,$$

其中, $\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$ 。

θ_0 、 θ_i 和 δ_j 为模型系数,**p**、**q**分别为**GARCH**

模型的阶数, Ω_{t-1} 为**t-1**期信息集。

最优套期保值比率为:

$$h_t^* = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln S_t, \Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})}{\text{Var}(\Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})} = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_{ff}} = \beta$$

3. 误差修正**GARCH**模型(**ECM-GARCH**)。**Kroner**和**Sultan(1993)**认为**Bollerslev(1986)**提出的**GARCH**模型忽略了序列之间的协整关系,因此将**ECM**与**GARCH**模型结合起来,设计出新的修正后的**GARCH**模型。

均值方程为: $\Delta \ln S_t = \alpha + \omega Z_{t-1} + \beta \Delta \ln F_t + \varepsilon_t$, 其中, Z_{t-1} 为误差修正项, ω 为误差修正项系数,

条件方差方程为: $\sigma_t^2 = \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \delta_j \sigma_{t-j}^2$, 其中, $\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$ 。

则最优套期保值比率为 $h^* = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_{ff}}$ 。

三、实证研究

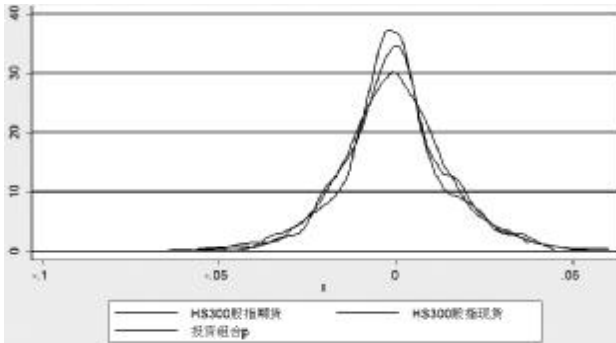
构造股票持有头寸的套保组合的方法主要有两种,一种是以某个标准选择一个股票组合作为头寸,另一种方法是选取股指作为套保头寸。本文最后选用股指作为头寸,但本文首先构造一个股票组合,以便下文说明本研究不使用直接构造股票组合作为标的的原因。组合的持有期间为**2012**年**4**月**19**日(股指期货上市的下一个交易日)至**2014**年**1**月**13**日,共**424**组数据,选取的标准是参照**2012**年**4**月**19**日当天沪深**300**指数中各行业成分股的权重情况(如表**1**),选择权重最大的五个行业,而后再选择每个行业中当天总市值最大的一只股票,以其总市值为现货投资金额构建组合头寸。具体配置比例为:工商银行(金融保险业)占**62.46%**,中国神华(采掘业)占**23.35%**,上海汽车(机械、设备、仪表)占**5.26%**,宝钢股份(金属、非金属)占**5.01%**和万科**A**(房地产业)占**3.93%**。

表 1 2012年4月19日沪深300指数各行业成分股权重

行业名称	个数	权重(%)	行业名称	个数	权重(%)	行业名称	个数	权重(%)
金融保险业	28	30.81	医药生物制品	16	3.56	社会服务业	7	1.04
采掘业	29	11.49	信息技术业	11	3.54	纺织服装皮毛	3	0.58
机械设备仪表	41	9.73	批发和零售贸易	10	3.23	电子	3	0.57
金属非金属	37	8.44	电力煤气及水的生产和供应业	12	3.19	农林牧渔业	3	0.42
房地产业	25	5.84	建筑业	11	2.92	传播与文化	2	0.32
交通运输仓储业	23	5.07	石油化学塑胶塑料	15	2.77	造纸印刷	2	0.26
食品饮料	12	3.93	综合类	9	2.13	其他制造业	1	0.16

数据来源:来自WIND资讯系统。

1. 套保标的的选择。本文采用第二种方法的原因是股指期货的波动最接近股指期货。股指期货的走势直接受现货走势的影响,而股票组合只是市场中若干股票的集合,选择指标带有一定的主观性。因而相对于股指期货,股票组合与股指期货之间的波动差异较大(见表2),下图则更直观地反映了股指期货与股票组合这方面的差异。



沪深300股指期货、股指期货与投资组合p的收益率分布图

表2 股指期货、股指期货、股票组合的方差、协方差表

	f_ret	s_ret		f_ret	p_ret
f_ret	0.000 231		f_ret	0.000 231	
s_ret	0.000 209	0.000 217	p_ret	0.000 197	0.000 253

注:f_ret、s_ret、p_ret分别表示股指期货、股指期货和股票组合p的收益率

当然,直接选择股指作为标的,也是从实务的角度出发的。采用股指期货作为标的资产是可以对套保策略进行清晰明了的分解:先用指数现货作为标的资产,确定套保比;而后投资者再根据Beta系数,选择与沪深300指数的股票。综上所述,下文只采用股指期货作为套保标的,计算相应的股指期货最优套保比。

2. 样本描述。本文选取了股指期货即沪深300指数、股指期货的日收盘数据,时间跨度均为2012年4月19日至2014年1月13日,共424个交易日数据,数据来源为CS-MAR。收益率计算均采用对数收益率法。从上图可以看出,两者收益率分布均为尖峰分布,而表3中的Jarque-Bera检验也显著拒绝了收益率服从正态分布的原假设。

表3 股指期货与股指期货收益率的描述性统计表

指标	股指期货 f_ret	股指期货 s_ret
平均值	-0.000 6	-0.000 7
标准差	0.015 5	0.014 7
最大值	0.056	0.053 9
最小值	-0.063 4	-0.063 4
偏度	0.030 6	-0.067 7
峰度	4.589 9	4.485 1
JB检验统计量	39.29***	34.75***

在完成描述性统计后,国内文献接下来的步骤是对整个选取区间内,收益率或价格序列进行ARCH检验、单

位根检验,进而得到扰动项的波动性、序列平稳性等方面的信息。由于选取的区间不同,所得的结论就可能存在差异。这就意味着,统计检验得出的结果可能因数据区间的不同而不同。鉴于此,下文采用带有区间时变性的LM、ADF检验来侦测序列的ARCH效应和单位根。

对股指期货的ARCH检验发现,在不控制股指期货收益率、股指期货的滞后项对股指期货收益的影响时,在整个数据区间中,并不存在显著的ARCH效应。但计算最优套保比时要考虑股指期货的收益率,所以在这种情况下,股指的收益序列存在高阶ARCH效应。也就是说,在全样本下,可以用GARCH模型来估计最优套保保值比。在不同的区间下,对股指期货、股指期货收益率的ADF检验(表4、表5)均说明,股指期货和股指期货的收益序列均不存在单位根。

表4 股指期货收益率的ADF检验

样本长度	统计量	1%临界值	5%临界值	10%临界值
65	-7.968	-3.562	-2.92	-2.595
125	-10.667	-3.502	-2.888	-2.578
250	-15.651	-3.461	-2.88	-2.57
375	-19.123	-3.45	-2.875	-2.57
424	-20.446	-3.446	-2.873	-2.57

表5 股指期货收益率的ADF检验

样本长度	统计量	1%临界值	5%临界值	10%临界值
65	-8.41	-3.562	-2.92	-2.595
125	-11.126	-3.562	-2.888	-2.578
250	-16.487	-3.461	-2.88	-2.57
375	-20.007	-3.45	-2.875	-2.57
424	-21.23	-3.446	-2.873	-2.57

3. 数据处理。先看GARCH模型对最优套保比的计算。回顾前文对GARCH模型的设定:

$$\Delta \ln S_t = \alpha + \beta \Delta \ln F_t + \varepsilon_t$$

$$\text{条件方差方程为: } \sigma_t^2 = \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \delta_j \sigma_{t-j}^2$$

其中, $\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$ 。

最优套保保值比率为:

$$h_t^* = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln S_t, \Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})}{\text{Var}(\Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})} = \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\sigma_{\varepsilon}} = \beta$$

从表6可以看出,在全样本下,GARCH(1,1)、GARCH(1,2)、GARCH(1,3)所得到的β值一致而且在统计意义上是显著的,均为0.947。而在周期为250(半年)和375(一年半)的区间内,由于计算无法收敛,GARCH模型并没有给出相应的估计值,这也可能预示着在某一区间可能无法运用GARCH模型得出最优套保比。

再看VAR模型对最优套保比的计算。前文也提到,如果ΔlnF_t和ΔlnS_t是平稳序列时,模型可变换为:

表6 GARCH模型下股指期货的最优套保率

GARCH(p,q)	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(1,3)
Period	424	424	424
s_ret			
f_ret	0.948*** (73.60)	0.947*** (67.81)	0.947*** (73.43)
_cons	0.000 065 8 (0.32)	0.000 063 8 (0.34)	0.000 057 6 (0.28)
ARCH			
L.arch	0.375*** (4.91)	0.423*** (5.07)	0.373*** (4.94)
L.garch	-0.030 8 (-0.47)		
L2.garch	0.222* (2.51)		
L3.garch	0.0376 (0.27)		
_cons	0.000 017 9*** (9.69)	0.000 010 4*** (4.82)	0.000 016 1*** (4.77)
N	423	423	423
ll	1 649.9	1 654.1	1 650.0
aic	-3 289.8	-3 298.1	-3 290.0
bic	-3 269.5	-3 277.9	-3 269.7

注:最优套保比为f_ret的系数,分别为0.948、0.947和0.947。数据区间为424天,即全样本。

$$\Delta \ln S_t = C + \Delta \ln F_t + \sum_{i=1}^l \alpha_i \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^l \beta_i \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_t$$

但需要先确定最优滞后阶数l。为此,本文采用varsoc命令首先确定VAR模型的最优滞后阶数。经过计算,本文采用滞后阶数为3的VAR模型。

表7 可变区间VAR模型下股指期货的最优套保率

	b_var_65	b_var_125	b_var_250	b_var_375	b_var_424
L.s_ret	-0.470*** (-3.49)	-0.414*** (-4.40)	-0.478*** (-7.36)	-0.510*** (-9.66)	-0.523*** (-10.65)
L2.s_ret	0.000 899 -0.01	-0.152 (-1.49)	-0.201** (-2.85)	-0.241*** (-4.17)	-0.261*** (-4.84)
L3.s_ret	0.026 6 -0.19	-0.03 (-0.32)	-0.103 (-1.61)	-0.123* (-2.38)	-0.129** (-2.67)
f_ret	0.908*** -25.13	0.896*** -32.59	0.910*** -47.92	0.922*** -59.67	0.928*** -62.82
L.f_ret	0.497*** -3.94	0.441*** -5.01	0.502*** -8.13	0.539*** -10.52	0.541*** -11.32
L2.f_ret	0.005 12 -0.03	0.14 -1.44	0.190** -2.77	0.227*** -3.98	0.244*** -4.6
L3.f_ret	-0.085 4 (-0.65)	-0.002 21 (-0.02)	0.076 -1.23	0.102* -2	0.107* -2.25
_cons	-6E-05 (-0.09)	-0.00015 (-0.32)	4.56E-05 -0.15	-8.4E-06 (-0.04)	-3.5E-05 (-0.16)
N	61	121	246	371	420
ll	242.3	470.9	969.5	1 480.3	1 672.6
aic	-468.6	-925.8	-1 923.1	-2 944.6	-3 329.2
bic	-451.7	-903.4	-1 895	-2 913.3	-3 296.9

注:最优套保比为f_ret的系数,分别为0.908、0.896、0.910、0.922和0.928。b_var_65、b_var_125、b_var_250、b_var_375、b_var_424分别对应周期为2010年4月19日以后的65天、125天、250天、375天、424天的样本区间。

表7是利用上式得到的最优套保比的估计值。在2010年4月19日以后的65天、125天、250天、375天、424天的样本区间里,估计值分别为0.908、0.896、0.910、0.922和0.928,说明即便使用同一种VAR模型,不同的样本区间可能导致估计出来的套保比不同,进而产生不同的套保策略。

四、研究结论

正如前文所述,投资组合的构造直接影响到套保比的计算。对于国内文献在投资组合构造方法上的趋同性,本文有两点看法。

第一,选取股票组合的标准并不科学。文献中常用规模大、市值高、流动性强、有行业代表性等指标来选择股票组合,但这些指标不是固定不变的。这样一来,运用此方法计算出来的最优套保比实用价值并不高。第二,直接选择股指作为标的是进行套保策略的分解前提。如果能计算出沪深300指数期货对指数现货的最优套保比,那么,投资者只需要选择与沪深300指数波动情况相似的股票作为投资组合即可。这样,不仅使得套保操作更加简便,而且这种套保过程的分解也有利于投资者的分析。特别是机构投资者,对股票市场和股指期货市场往往有独立的团队进行相应的研究,套保策略的分解正是适应了机构内部专业化分工的要求。

数据特征的时变性是股票收益率序列的常见特征。股指收益率的一些异象,如日历效应、反转效应等都存在着时变性,这些都是股指收益率特征时变性的突出表现,既然股指现货收益率的特征存在时变性,那么,作为以股指现货为标的的股指期货也同样存在数据特征的时变性。遗憾的是,国内文献均忽略了数据特征时变性这个问题。为此,本文在这方面做了一些改进:在文章的论证过程中,均是在可变的数据区间下计算最优套保比。例如,在运用VAR模型时,在不同的样本区间下,本文得到的最优比就存在着较为明显的差异。但是需要说明的是,尽管本文在区别数据特征的时变性方面做了一些努力,但并没从根本上解决处理数据特征时变性序列的问题。今后处理相似问题时,可以向动态套保策略方向进行探索,这也是未来可能的拓展方向。

主要参考文献

1. Bollerslev, T.. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 1986; 3
2. Ederington, L. H.. The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, 1979; 1
3. 韩立岩,魏洁,段康瑞.股指期货对股指期货的促进作用:来自韩国的证据. *国际金融研究*, 2009; 3
4. 陆磊,刘思峰.中国股票市场具有“节日效应”吗. *金融研究*, 2008; 2