

# 不确定环境下基于期权博弈的企业升级投资决策

蒋苏月 路正南(博士生导师) 黎民

(江苏大学财经学院 江苏镇江 212013)

**【摘要】**随着我国经济结构步入调整阶段,加快推进企业升级投资成为当务之急。本文紧扣市场环境不确定的特征,建立了不确定环境下非对称的双寡头期权博弈模型,推演出了企业升级投资的最优收益表达式,进而揭示了多重随机需求冲击在企业升级投资决策中的关键作用。

**【关键词】**升级投资 不确定性 期权博弈 寡头市场

后金融危机时代,全球经济复苏将是一个漫长的调整过程。传统的完全依赖于外部市场、资源高消耗的经济增长模式难以为继。党的“十八大”报告中明确提出了加快转变经济发展方式、促进传统产业转型升级的任务要求。不确定环境中企业间存在激烈的市场竞争,企业决策者不仅要衡量项目本身的不确定性,还应考虑与竞争对手的博弈。在企业升级投资的策略选择中,企业可抢先实施升级,也可选择在竞争对手实施升级投资后再跟随行动。选择成为领导者还是追随者,主要受升级投资的规模、投资时间等内部因素和行业整体收益波动、市场利率等外部环境的影响。由于不确定环境下企业升级投资决策具备期权博弈的基本特征,本文将构建基于期权博弈的决策模型来探讨不确定环境下企业的升级投资问题。

## 一、基本假设

假设在信息对称的寡头市场上有两家企业准备进行升级投资,两家企业面临共同的市场环境和客户群体,且生产同质产品。其中A企业为市场原有企业,已经进入了升级后的市场,但拥有进一步扩大升级范围的扩张期权。B企业为市场新入企业,尚未进入升级后的市场,因而拥有升级的投资期权。先执行期权的企业为领先者,后执行期权的企业为追随者。两家企业年利润 $P_i$ 可以表示为:

$$P_i(t) = Y(t)D_i(a, b) \quad i = (1, 2) \quad (1)$$

其中: $D_i(a, b)$ 表示*i*企业的不同决策产生的利润函数( $i=1$ 表示A企业, $i=2$ 表示B企业)中确定的部分。 $a=1$ 表示A企业不执行升级投资的扩张期权, $a=2$ 表示A企业执行升级投资的扩张期权; $b=1$ 表示B企业执行升级投资的投资期权, $b=0$ 表示B企业不执行升级投资的投资期权,具体如表1所示。

表1  $D_i(a, b)$ 所代表的含义

A \ B	不执行期权	执行期权
不执行期权	$D_i(1, 0)$	$D_i(1, 1)$
执行期权	$D_i(2, 0)$	$D_i(2, 1)$

假设市场竞争将会影响到企业利润,也就是说其中一家企业执行期权会影响到另外一家企业收益。同时,假设两家企业均为风险中性,两者的贴现率为无风险利率。并进一步假定企业只面临市场的不确定性,没有升级投资的不确定性,也就是说企业升级投资必然会成功。 $Y(t)$ 表示为市场需求的随机变动,服从几何布朗运动:

$$dY(t) = \alpha Y dt + \sigma Y dz \quad (2)$$

其中: $\alpha$ 为期望利润率, $\sigma$ 为期望利润率方差。

## 二、模型构建与均衡分析

由于A企业与B企业为非对称的,两者的博弈的竞争格局也是非对称的。因此可以将模型划分为A率先执行扩张期权和B率先执行投资期权的两种情况。

**1. A企业率先执行升级投资的扩张期权。**A作为已经部分实施升级投资的企业,率先进一步执行升级投资的扩张期权,B为追随者。用 $F(Y_F)$ 来代表B企业决策后所产生的结果。首先求解追随企业的价值,再计算领导企业的价值。假设追随企业B持有期权且卖空*n*份价格为 $P_2$ 的基础资产,则该组合价值为 $F(Y) - nYD_2(2, 0)$ 。在经过很短的时间*dt*后,投资组合总收益为:

$$dF - nD_2(2, 0) - n\alpha Y D_2(2, 0) dt \quad (3)$$

对dF展开得:

$$dF = \left[ \frac{1}{2} \sigma^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + \alpha Y \frac{\partial F}{\partial Y} \right] dt + \sigma Y \frac{\partial F}{\partial Y} dz \quad (4)$$

将(2)、(4)式代入(3)式中,为了消除dz带来的影响,

取样  $n = \frac{\partial F / \partial Y}{D_2(0,2)}$ , 将(3)式简化为:  $(\frac{1}{2}\alpha^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + \alpha Y \frac{\partial F}{\partial Y})dt$ 。

在无套利情况下有:  $(\frac{1}{2}\sigma^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + \alpha Y \frac{\partial F}{\partial Y})dt = r(F - Y \frac{\partial F}{\partial Y})dt$ , 由此发现追随企业 B 满足微分方程:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + (r - \alpha)Y \frac{\partial F}{\partial Y} - rF = 0 \quad (5)$$

该方程通解形式为:  $F(Y) = A_1 Y^{\beta_1} + A_2 Y^{\beta_2}$ , ( $A_1, A_2$  均为常数)。

依据边界条件  $F(0) = 0$  可知  $A_2 = 0$ , 所以方程解的形式为  $F(Y) = A_1 Y^{\beta_1}$ 。

如果追随者 B 企业此时执行期权, 利润收入为:

$F(Y_F) = Y_F D_2(2,1) - I = A_1 Y_F^{\beta_1}$ , 对  $F(Y_F)$  求导可得:

$$\frac{\partial F}{\partial Y_F} = D_2(2,1) \quad (6)$$

其中:  $I$  表示两家企业同时执行升级投资期权时的总投资成本, 与方程的通解相对应, 即:

$F(Y_F) = Y_F D_2(2,1) - I = A_1 Y_F^{\beta_1}$ , 求导可得:

$$\frac{\partial F}{\partial Y_F} = D_2(2,1) = A_1 \beta_1 Y_F^{\beta_1 - 1}$$

$$\text{解得: } A_1 = \frac{Y_F^{1 - \beta_1} D_2(2,1)}{\beta_1}, Y_F = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{I}{D_2(2,1)}$$

追随企业的价值为:

$$F(Y_{BF}) = \begin{cases} Y D_2(2,1) - I, Y > Y_F \\ \frac{Y_F^{1 - \beta_1} D_2(2,1)}{\beta_1} Y^{\beta_1}, Y \leq Y_F \end{cases} \quad (7)$$

此时领导企业的贝尔曼方程为:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + (r - \alpha)Y \frac{\partial F}{\partial Y} - rF + D_1(2,0) = 0 \quad (8)$$

解方程得:  $F(Y_L) = Y_F D_1(2,1)$  (9)

根据边界条件:  $F(Y_L) = B_1 Y^{\beta_1} + Y D_1(2,1)$  (10)

联立(9)、(10)得:  $B_1 = Y_F^{1 - \beta_1} [D_1(2,1) - D_1(2,0)]$  (11)

获得领导者价值为:

$$F(Y_{AL}) = \begin{cases} Y D_1(2,1) - I, Y > Y_F \\ \frac{Y_F^{1 - \beta_1} D_1(2,1) + [1 - Y_F^{1 - \beta_1} Y^{\beta_1}] D_1(2,0) - I, Y \leq Y_F \end{cases} \quad (12)$$

2. B 企业率先执行升级投资的投资期权。依据期权博弈求法, 仍然先计算追随者的价值。用上面的方法计算追随企业 A 的微分方程为:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + (r - \alpha)Y \frac{\partial F}{\partial Y} - rF = 0 \quad (13)$$

解得:

$$Y_F = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{I}{D_1(2,1) - D_1(1,1)}$$

$$C_1 = \frac{Y_F^{1 - \beta_1} (D_1(2,1) - D_1(1,1))}{\beta_1} \quad (14)$$

因此, 追随者的价值为:

$$F(Y_{AF}) = \begin{cases} Y D_1(2,1) - I, Y > Y_F \\ \frac{Y_F [D_1(2,1) - D_1(1,1)]}{\beta_1}, Y \leq Y_F \end{cases} \quad (15)$$

再求解领导企业 B 的价值。当  $Y < Y_F$  时, 追随企业 A 不执行扩张期权, 同理可得贝尔曼方程:

$$\frac{1}{2}\alpha^2 Y^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + (r - \alpha)Y \frac{\partial F}{\partial Y} - rF + Y D_2(1,1) = 0 \quad (16)$$

领导企业 B 的价值表示为:

$$F(Y_{BL}) = \begin{cases} Y D_2(2,1) - I, Y > Y_F \\ \frac{Y_F^{1 - \beta_1} D_2(2,1) + [1 - Y_F^{1 - \beta_1} Y^{\beta_1}] D_1(1,1), Y \leq Y_F \end{cases} \quad (17)$$

3. 两家企业  $r$  均衡分析。博弈过程中的 A、B 两家企业, 是否选择率先执行升级投资期权的标准就是企业价值的高低。因此可以设定函数:  $H_A(Y) = F(Y_{AF}) - F(Y_{AL})$ ;  $H_B(Y) = F(Y_{BF}) - F(Y_{BL})$ 。进一步, 将(12)、(15)两式代入  $H_A(Y)$  即可获得其所对应的函数表达式, 同理将(7)、(17)两式代入  $H_B(Y)$  也可获得其所对应的函数表达式。当  $H_A(Y) > 0$  时, A 企业选择持有期权; 反之 A 企业率先执行升级投资的扩张期权。当  $H_B(Y) > 0$  时, B 企业选择持有期权; 反之 B 企业率先执行升级投资的投资期权。在市场需求较低时,  $H_A(Y) > 0, H_B(Y) > 0$ , 两家企业都选择持有期权, 不想领先进行升级投资, 此时出现两家企业均保持现状。在市场需求提高到一定程度后,  $H_A(Y) < 0, H_B(Y) > 0$ , A 企业率先执行升级投资的扩张期权, 而 B 企业仍然选择持有期权。在市场需求旺盛时,  $H_A(Y) < 0, H_B(Y) < 0$ , 两家企业都选择执行升级投资的期权, 采取升级投资活动。

### 三、案例分析

A、B 为江苏省内两个大型纺织服装企业。其中, A 集团是中国精毛纺、高支薄型精纺生产基地, 主营精毛纺呢绒、高档男装和女装的生产和销售。公司董事会决议以自有资金 3.07 亿元投资利用特种纤维开发生产高档面料的升级项目。B 股份公司是集纺纱、染色、整理、织造、印染、制衣于一体的纺织企业, 主要产品为色织布、纱线、衬衣三大系列。2010 年 B 公司在招股说明书中提出计划募集资金用于高档特种纤维纱线生产线项目, 总投资 22 946 万元, 建设投资 20 599 万元, 流动资金 2 347 万元, 建设期 14 个月, 回收期 5.71 年。投产之后年棉纱生产能力达 4 000 吨, 年营业收入 20 932 万元, 年利润总额 4 630 万元。

1. 变量分析。根据 2008 年 1 月至 2010 年 6 月沪深 A 股纺织指数收盘价取对数算得纺织行业的收益波动率  $\sigma$  为 14.946%, 企业预期收益率为 22%。取项目建设期国内五年期的存款利率  $r = 3.6\%$  为无风险利率, 以上海证券市场 5~

10年期同类公司企业债的利率水平7%为资金成本率 $i_1$ 。在企业做出不同升级决策时,其利润函数的固定值为: $D_1(2,0)=2.947$ 亿, $D_1(1,0)=2.267$ 亿, $D_2(2,1)=2.523$ 亿, $D_1(1,1)=1.888$ 亿, $D_2(1,1)=0.463$ 亿, $D_2(1,2)=0.347$ 亿。

根据  $\frac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + (r - \frac{1}{2}\sigma^2 - \alpha)\beta - r = 0$ , 解得正根  $\beta_1 = 17.682$ 。

在A为领导者的模型中,先求得阈值。

$$\text{依照(11)式可得: } Y_F = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{I}{D_2(1,2)} = 15.67$$

B企业为追随者,利润函数为:

$$F(Y_{BF}) = \begin{cases} \frac{Y_F^{1-\beta_1} D_2(2,1)}{\beta_1} Y^{\beta_1} = 2.273 \times 10^{-22} Y^{17.682} & Y \leq 15.67 \\ Y D_2(2,1) - I = 0.347Y - 5.135, Y > 15.67 \end{cases}$$

A企业为领导者,利润函数为:

$$F(Y_{AL}) = \begin{cases} Y_F^{1-\beta_1} [D_1(2,1) - D_1(2,0)] Y^{\beta_1} + D_1(2,0) - I & Y \leq 15.67 \\ -4.912 \times 10^{-21} Y^{17.682} + 2.947Y - 5.135, & Y > 15.67 \end{cases}$$

在B为领导者的模型中,先求其阈值:

$$Y'_F = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{I}{D_1(2,1) - D_1(1,1)} = 8.563$$

A企业为追随者,利润函数为:

$$F(Y_{AF}) = \begin{cases} \frac{Y_F [D_1(2,1) - D_1(1,1)]}{\beta_1} = 9.935 \times 10^{-18} Y^{17.682} & Y \leq 8.563 \\ Y D_1(2,1) - I = 2.523Y - 5.135, Y > 8.563 \end{cases}$$

B企业为领导者,利润函数为:

$$F(Y_{BL}) = \begin{cases} Y_F^{1-\beta_1} [D_2(2,1) - D_2(1,1)] Y^{\beta_1} + D_2(1,1) Y - I & Y \leq 8.563 \\ -3.209 \times 10^{-17} Y^{17.682} + 0.463Y - 5.135, & Y > 8.563 \end{cases}$$

2. 两家企业均衡分析。处在博弈过程中的A、B两家企业,选择做领导者还是追随者的重要标准是企业价值在两种策略中的高低,企业必将选择价值高的策略作为自己的决策选择。根据上文的公式可以计算出A、B两家企业的最优决策区间,具体见表2。

表2 两家企业三个阶段最优博弈策略表

	$Y \in (0, 8.563]$	$Y \in (8.563, 15.670)$	$Y \in [15.670, +\infty)$
企业A	追随者	领导者	无差异
企业B	追随者	追随者	无差异

根据案例的模型设定,企业年利润 $P_i$ 可以表示为: $P(t) = Y(t)D_i(a, b)$ , ( $i=1, 2$ )。由于 $D_i(a, b)$ 是利润函数中

确定的部分,而 $Y$ 是利润函数中非确定的部分,因此企业升级投资博弈策略的根源是非确定部分 $Y$ 的变动。

在 $Y \in (0, 8.563)$ 时,市场需求较低,两家企业都不愿意率先升级,而持有手中升级期权做追随者,此时出现两家企业都等待的状况。在 $Y \in (8.563, 15.670)$ , A企业将选择做领导者并率先执行升级投资期权, B企业选择做追随者,这是因为B企业作为市场新进入者,在市场需求不是非常旺盛的情形下选择做追随者的收益大于成为领导者,而A企业却可以通过成为领导者扩张市场上的势力。在 $Y \in (15.670, +\infty)$ , 市场需求比较旺盛,两家企业选择成为领导者或追随者区别不大,企业在进行升级投资决策时会结合自己的实际情况,而不是对方的行动。

#### 四、结论

本文构建了基于期权博弈的不确定环境下企业升级投资的寡头决策模型,给出了不同情境下两家企业的收益函数,在对收益函数比较分析后得到两家企业各自的最优期权决策区间。研究发现,在市场波动较大、市场需求低迷环境中,不确定性 $\sigma$ 的上升均会提高企业升级投资的临界值,因此企业会倾向于持有期权,企业升级投资的意愿降低。反之,当外部市场环境比较稳定、兑现期权的机会成本下降时,企业将停止等待,尽快执行持有的升级投资期权,此时企业将尽早实施升级投资计划。

在两个企业博弈的寡头市场环境中,多重随机需求冲击在企业升级投资的期权决策中起关键作用。在市场需求不足的情景下,出于自利考虑,两个寡头企业均不会执行升级投资期权;当市场需求逐步提升后,市场原有企业将率先执行升级投资的扩张期权,扩大升级投资规模,而市场新入企业将继续持有升级投资的投资期权;而当市场需求进一步旺盛后,新入企业才会选择执行升级的投资期权。

【注】本文受国家自然科学基金项目“境内集群式产业转移驱动的国内价值链重构与产业集群升级研究”(编号:71203079)、国家自然科学基金项目“基于非期望产出率熵变的产业系统减排机理及碳减排差别责任”(编号:71173094)、江苏大学人文社科基金“基于风险管理的内部审计模式研究”(编号:JDR2008007)的资助。

#### 主要参考文献

- 梅姝娥,成燕.企业能力对企业技术市场进入时机选择的影响.科学与经济,2009;3
- 郭晓丹,宋维佳.战略性新兴产业的进入时机选择:领军还是跟进.中国工业经济,2011;5
- 阿维纳什·迪克西特,罗伯特·平迪克.不确定条件下的投资.北京:中国人民大学出版社,2002
- 周焯华,王婷婷.基于实物期权理论的技术升级型企业技术并购研究.科技进步与对策,2010;24