

自由现金流量预测模型构建

张宏婧(教授) 关禹

(东北电力大学经济管理学院 吉林吉林 132012)

【摘要】企业在持续经营活动中产生的自由现金流量也是连续的,传统预测方法通常是以离散的观点运用贴现现金流量法对企业价值进行评估,必然会造成评估结果与实际情况严重偏离。本文引入自由现金流速的概念,运用时间序列分析预测出自由现金流速关于时间 t 的函数,以此可以估计企业存续期内任意时间段产生的自由现金流量。

【关键词】自由现金流速 时间序列分析 自由现金流量预测 Hodrick-Prescott滤波方法

一、引言

随着贴现现金流法在企业价值评估中的广泛应用,越来越多的人开始认识到自由现金流的优良特性,因此自由现金流量的计算和预测问题也随之得到重视。由于企业持续经营中的自由现金流存在时序性,因此已有的研究中多数是运用时间序列分析的方法来对其进行预测。

王化成、尹美群(2005)用BP神经网络时序分析的方法完成了对企业现金流量的短期预测。董晓静和邹辉文(2007)先对历史自由现金流序列进行移动平均,然后选择适当的曲线估计模型进行拟合,进而对未来自由现金流量进行预测。黄越、赵敏侠、李薇(2011)借助游程检验确定历史现金流序列是否存在趋势,然后利用趋势外推法对自由现金流量进行预测。这些方法虽然都实现了对企业未来现金流量的预测,却存在一个共同的缺陷,即都把企业产生的自由现金流量看做是以年度、季度或者月份为时间区间的离散值。

但实际情况是,由于企业经营活动的连续性,其产生的自由现金流量也一定是连续的,因此本文在前人研究的基础上,用连续的观点对自由现金流量进行估计和预测。

二、自由现金流量的连续性与自由现金流速

1. 自由现金流量的连续性。出于成本上的考虑和由于技术上的限制,我们通过财务报表所得到的自由现金流量通常是以年度、季度或者月份为时间区间的自由现金存量的变化量。然而,在存续期内企业的经营活动是每时每刻都在进行的,并且企业的任何经营活动都会产生相应的现金流量(正流量或者负流量),因此企业经营活动的持续性决定了自由现金流量的连续性。自由现金流量的连续性是指企业在其存续期内的任何时刻都在产生自由现金流量(正流量或者负流量),也就是说,企业的自由现金存量是时刻变化的。

2. 自由现金流速。顾名思义,自由现金流速是指企业的自由现金存量随着时间延续而变化的变化率,用以描述企业自由现金流动的快慢。与物理学中的速度概念类似,自由现金

流速也分为平均流速和瞬时流速,如果没有特殊说明,下文所说的自由现金流速均指自由现金的瞬时流速。企业自由现金流量的连续性决定了企业存续期内的任何一个时点上都存在一个自由现金流速,即时间与自由现金流速存在一一对应的函数关系。设企业自由现金流速时间 t 的函数为 $f(t)$,并且 $f(t)$ 可乘,又设任意时刻 T 和任意时间间隔 ΔT 为($\Delta T > 0$),则企业在 T 到 $T+\Delta T$ 时刻产生的自由现金流量为:

$$FCF = \int_T^{T+\Delta T} f(t) dt \quad (1)$$

因此,得到了自由现金流速时间 t 的函数,就意味着可以计算未来任意时间段企业的自由现金流量。

三、建立自由现金流量预测模型

1. 历史自由现金流速的估计。根据自由现金流速的定义,技术上很难得到企业在任何一个时间点上的自由现金流速,只能对其进行估计。由于企业在过去每个时点的自由现金流速符合时间序列的定义,因此可以用时间序列的分解和平滑方法对其进行处理,进而得到特定时点上的自由现金流速的估计值,以下是具体演绎过程:

(1)这里我们只使用自由现金流量的历史年度数据,这样就可以避免季节变动的影响。由于自由现金流量属于数学概念,因此有了月份或者季度数据,就可以通过对每年的各月份或各季度数据进行加总得到年度数据。

(2)假设企业的自由现金流速时间 t 的函数是 $f(t)$,企业的存续期间为 E ,企业在 $t_0(t_0 \in E)$ 时刻前一年的自由现金流量为 FCF_{t_0} ,则有:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} f(t_0 - 1 + \frac{i}{n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n f(t_0 - 1 + \frac{i}{n})}{n} = \frac{FCF_{t_0}}{1} \quad (2)$$

由式(2)可以看出, FCF_{t_0} 实际上是 $f(t_0 - 1 + i/n)$, $i=1, 2, \dots, n$ 的 n 项平均值(n 趋于无穷大)。由于 t_0 的任意性,所以我们可以近似地将 FCF_{t_0} 理解为 $f(t)$ 在 t_0 时刻间隔为1年的移动平均值,即 $\hat{f}(t) = FCF_{t_0}$ 。

因此,用企业的会计年度自由现金流量近似地等于对应的会计周期年末时刻(以年为时间单位)企业的自由现金流,相当于用移动平均方法去估计年末时刻企业的自由现金流,则自由现金流相互独立不规则的变动得到平滑。

(3)应用 Hodrick—Prescott 滤波方法对式(2)中得到的企业自由现金流序列进行趋势分解,得到自由现金流的趋势成分序列。通常,时间序列由季节变动要素、不规则要素、趋势循环要素构成。其加法模型的一般形式为:

$$Y_t = TC_t + S_t + I_t \quad (3)$$

式中: TC_t 表示趋势循环要素; S_t 表示季节要素; I_t 表示不规则要素。式(1)和式(2)的结果剔除了季节变动要素 S_t 和不规则要素 I_t 对自由现金流的影响,得到只包含趋势要素和循环要素的自由现金流序列 $\{TC_t\}$, 这里将其中含有的趋势要素表示为 $\{T_t\}$, 含有的循环要素表示为 $\{C_t\}$, 则:

$$TC_t = T_t + C_t \quad (4)$$

计算 HP 滤波就是从 $\{TC_t\}$ 中将 T_t 分离出来。可以通过求出下面最小化问题的解来得到自由现金流序列 $\{TC_t\}$ 中的不可观测的趋势要素 $\{T_t\}$, 即:

$$\min \left\{ \sum_{t=1}^T (TC_t - T_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(T_{t-1} - T_t) - (T_t - T_{t-1})]^2 \right\}$$

通常,我们可以用 $\sum_{t=2}^{T-1} [(T_{t-1} - T_t) - (T_t - T_{t-1})]^2$ 来调整最小化问题的变化趋势。HP 滤波最后产生的效果依赖参数 λ , 该参数需要预先给定, 确定参数 λ 其实就是在趋势要素对实际序列的跟踪程度和趋势的光滑程度之间做出权衡。作为两个极端情况, 当 $\lambda=0$ 时, $\{TC_t\}$ 序列本身就是满足最小化问题的趋势序列; 当 λ 趋于无穷大时, 得到的趋势序列接近一条线性。可见, 估计出的趋势序列会随着 λ 值的增加而变得越加光滑。根据以往的经验, 当实际序列为年度数据时, $\lambda=100$ 。

在已知自由现金流序列 $\{TC_t\}$ 的条件下, 通过 EViews 软件可以直接得到趋势序列 $\{T_t\}$ 。

我们可以将上述步骤得到的企业自由现金流的趋势成分序列作为企业历史自由现金流的估计。

2. 自由现金流的曲线拟合。我们将上述过程得到的自由现金流的估计值序列进行曲线拟合, 可以得到自由现金流时间 t 的函数。曲线拟合的原理与线性回归基本相同, 都是使用最小二乘法, 即通过使观测值与模型拟合值差值的均方差最小来求得模型参数。

当构造的拟合曲线是样本数据关于时间 t 的函数时, 就是在时间序列预测分析中广泛使用的趋势外推法。由于我们进行拟合的数据是只包含趋势成分的企业自由现金流序列, 因此符合趋势外推法的基本假设, 即事物过去和现在的连续发展过程决定着其未来的发展走向, 其整个发展过程是渐进的, 不存在跳跃性变化。

趋势外推法常用的典型数学模型有: 指数曲线、修正指数曲线、生长曲线、包络曲线等。

构造出的自由现金流关于时间 t 的拟合曲线, 不仅可以预测未来任意时刻企业的自由现金流, 而且可以估计过去任意时刻企业的自由现金流, 也就是说, 我们可以利用它来描述企业整个存续期内自由现金流的连续变化规律。

四、算例应用

为了说明问题, 这里选取美国通用电气公司 (General Electric Company) 作为实例, 将之 1987 年到 2011 年的自由现金流量数据作为研究样本。通用电气公司是美国纽约证券交易所上市的公众公司, 交易代码是 GE, 本文所获得的数据来源于美国彭博资讯公司数据库。下面, 根据自由现金流预测模型构建自由现金流时间 t 的预测函数。样本采用年度数据, 一共 25 组观测值, 如表 1 所示:

表 1 1987 ~ 2011 年年末时刻自由现金流预测

时间(年)	现金流量(百万美元)	现金流速(百万美元/年)
1	2 563.00	2 563.00
2	3 421.00	3 421.00
3	1 149.00	1 149.00
4	4 513.00	4 513.00
5	2 497.00	2 497.00
6	5 425.00	5 425.00
7	5 460.00	5 460.00
8	5 900.00	5 900.00
9	8 499.00	8 499.00
10	10 091.00	10 091.00
11	5 852.00	5 852.00
12	10 378.00	10 378.00
13	9 091.00	9 091.00
14	8 723.00	8 723.00
15	16 869.00	16 869.00
16	15 945.00	15 945.00
17	19 450.00	19 450.00
18	23 392.00	23 392.00
19	23 310.00	23 310.00
20	14 734.00	14 734.00
21	25 519.00	25 519.00
22	31 912.00	31 912.00
23	15 983.00	15 983.00
24	26 324.00	26 324.00
25	20 709.00	20 709.00

注: 现金流量序列对应的时间为时间区间, 现金流速序列对应的时间为时间点(时刻)

首先, 把 1987 年会计周期的初始时刻作为时间轴的零点, 用企业的年度自由现金流量近似地等于对应的会计周期年末时刻企业的自由现金流。

然后, 应用 Hodrick—Prescott 滤波方法对通用电气公司 1987 ~ 2011 年自由现金流序列进行趋势分解, 得到只包含趋势成分的自由现金流序列, 如表 2 和图 1 所示:

表 2 自由现金流趋势分解运算

时间 t (年)	现金流速 (百万美元/年)	现金流速的趋势成分 (百万美元/年)	现金流速的循环成分 (百万美元/年)
1	2 563.00	1 595.06	967.94
2	3 421.00	2 178.90	1 242.10
3	1 149.00	2 772.42	-1 623.42
4	4 513.00	3 397.72	1 115.28
5	2 497.00	4 060.67	-1 563.67
6	5 425.00	4 778.28	646.72
7	5 460.00	5 551.94	-91.94
8	5 900.00	6 389.49	-489.49
9	8 499.00	7 297.88	1 201.12
10	10 091.00	8 279.13	1 811.87
11	5 852.00	9 347.29	-3 495.29
12	10 378.00	10 534.52	-156.52
13	9 091.00	11 838.04	-2 747.04
14	8 723.00	13 253.50	-4 530.50
15	16 869.00	14 749.06	2 119.94
16	15 945.00	16 247.61	-302.61
17	19 450.00	17 693.22	1 756.78
18	23 392.00	19 026.92	4 365.08
19	23 310.00	20 207.34	3 102.66
20	14 734.00	21 236.73	-6 502.73
21	25 519.00	22 148.39	3 370.61
22	31 912.00	22 910.58	9 001.42
23	15 983.00	23 525.26	-7 542.26
24	26 324.00	24 084.44	2 239.56
25	20 709.00	24 604.65	-3 895.65

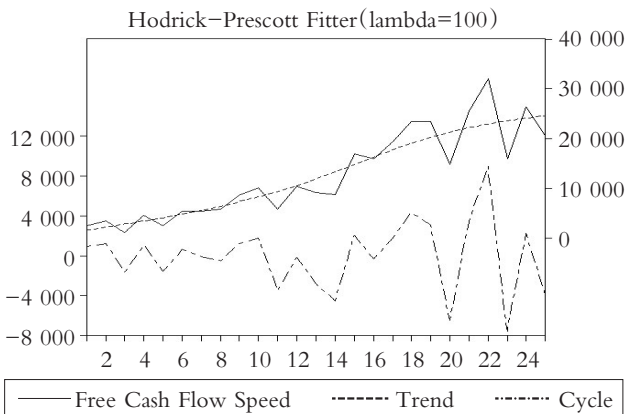


图 1 自由现金流趋势分解

最后,将得到的自由现金流速的趋势成分序列作为历史自由现金流速的估计,再进行曲线拟合,就可以得到自由现金流速时间 t 的拟合函数。选择拟合函数的基本原则是,既要使其尽可能逼近所有的散点数据,又要使其走势符合研究对象的实际发展规律。

根据自由现金流速的趋势成分序列的散点图走势,用多种函数模型进行拟合之后发现,三次多项式模型的拟合效果

最好。表 3 和图 2 就是用三次多项式模型 $Y=b+b_1t+b_2t^2+b_3t^3$ 进行曲线拟合的结果。

表 3 曲线拟合结果

Model Summary and Parameter Estimates									
Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Cubic	0.999	5 052.840	3	21	0.000	2 255.531	-189.741	106.699	-2.523

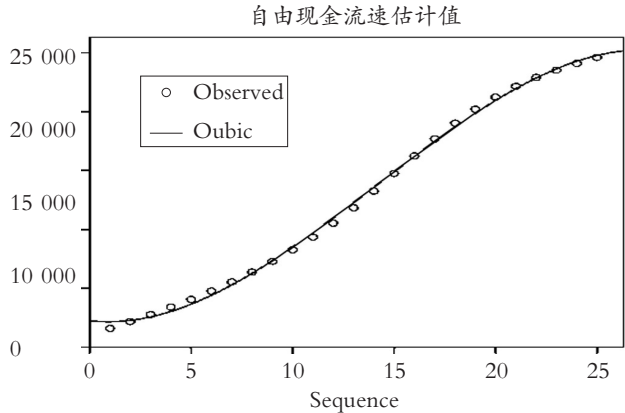


图 2 曲线拟合度

从拟合的结果来看,用函数描述企业自由现金流速与时间 t 的关系,观测数据与拟合数据的相关系数的平方值达到 0.999,两者具有很强的相关关系。并且函数的走势恰好也符合企业在生命周期各阶段(孕育期、成长期、发展期、衰退期和蜕变期)现金流量综合分值的特点。

五、结论

本文提出了自由现金流速的概念,并应用时间序列分析方法估计出历史上各会计周期结束时刻的排除季节要素和不规则要素的自由现金流速序列,然后运用 Hodrick—Prescott 滤波方法对此序列进行趋势分解,以排除其中的循环要素,得到自由现金流速的趋势成分序列,将之作为企业历史自由现金流速的估计,再通过曲线拟合得到企业自由现金流速时间 t 的函数。这样,根据自由现金流速的定义,就可以得到任意时间区间内企业所产生的现金流量。

本文还存在一定的局限性。由于条件的限制,所选取的样本数据量有限,这必然会对预测结果造成影响。再者由于时间序列分析技术的局限,本文剔除了自由现金流速序列的季节成分、不规则成分和循环成分,仅仅对自由现金流速的趋势序列进行预测,因而预测结果与现实会存在差距。

主要参考文献

1. 王化成,尹美群.公司价值评估中自由现金流量的时序预测.统计与决策,2005:9
2. 黄越,赵敏侠,李薇.趋势外推法下构建自由现金流量预测模型.财会月刊,2011:1
3. 董晓静,邹辉文.企业自由现金流的预测.北方经济,2007:11
4. 李廷喜.基于动态现金流量的企业价值评估模型研究.大连理工大学博士学位论文,2002