因素分析法之修正

——基于三因素空间解析

张文海　王　飞

（河海大学商学院　南京　211100）

【摘要】传统因素分析法在选取因素替换顺序时具有一定的主观判断，可能会导致分析产生误差。本文通过三因素空间解析分析因素分析法的实质，利用数学模型对传统因素分析法进行修正，可以更准确地得出因素分析法中各影响因素变化对目标对象变化量的影响值。

【关键词】因素分析法　三因素空间　财务分析

因素分析法是重要的财务分析方法之一。但是传统因素分析法在选取因素替换顺序时具有一定的主观判断，可能会导致分析产生误差。本文通过三因素空间解析来说明因素分析法的实质，利用数学模型对传统因素分析法进行修正，更准确地得出因素分析法中各影响因素变化对目标对象变化量的影响值。

一、因素分析法应用

假设要研究某一因素F，影响F的因素可以分为X因素、Y因素和Z因素。为了方便分析，假设F、X、Y和Z的计量单位分别为元、件、千克/件和元/千克。

表1　F因素分解表

因素	计量单位	基期数	报告期数	差额
X	件	120	140	20
Y	千克/件	6	8	2
Z	元/千克	5	6	1
F	元	3 600	6 720	3 120

根据表中的资料，F的报告期数比基期数增加了3 120元。显然F的上升是由X、Y和Z三者共同作用产生，各个因素对分析对象会产生多大的影响呢?传统的因素分析法要确定各因素的替换顺序，各因素的替换顺序不同得到的结果就不同，上例应用传统的因素分析法可以得到三种不同的结果。

假设X_0、Y_0、Z_0、F_0分别是各个因素的基期值，X_1、Y_1、Z_1、F_1分别是报告期值。

情况一：替换顺序为X、Y、Z。

第一次替换，$X_1\times Y_0\times Z_0$=1 400×6×5=4 200（元），X因素对F的影响额是4 200-3 600=600（元）。

第二次替换，保持第一次替换的X报告期的值不变，$X_1\times Y_1\times Z_0$=140×8×5=5 600（元），Y因素对F影响额是5 600-4 200=1 400（元）。

第三次替换，保持X_1、Y_1不变，$X_1\times Y_1\times Z_1$=140×8×6=6 720（元），则Z因素对F的影响额为6 720-5 600=1 120（元）。

情况二：替换顺序为Y、X、Z。

第一次替换，$Y_1\times X_0\times Z_0$=8×120×5=4 800（元），Y因素对F的影响额是4 800-3 600=1 200（元）。

第二次替换，保持第一次替换的Y报告期的值不变，$Y_1\times X_1\times Z_0$=8×140×5=5 600（元），X因素对F影响额是5 600-4 800=800（元）。

第三次替换，保持Y_1、X_1不变，$Y_1\times X_1\times Z_1$=8×140×6=6 720（元），则Z因素对F的影响额为6 720-5 600=1 120（元）。

情况三：替换顺序为Z、X、Y。

第一次替换，$Z_1\times X_0\times Y_0$=6×120×6=4 320（元），Z因素对F的影响额是4 320-3 600=720（元）。

第二次替换，保持第一次替换的Z报告期的值不变，$Z_1\times X_1\times Y_0$=6×140×6=5 040（元），Y因素对F影响额是5 040-4 320=720（元）。

第三次替换，保持Z_1、X_1不变，$Z_1\times X_1\times Y_1$=6×140×8=6 720（元），则Z因素对F的影响额为6 720-5 040=1 680（元）。

其他排序方法下所得结果，限于版面就不一一列出，六种排序结果如表2所示。

表2　不同替换顺序影响值的比较表

排序法	单位	X影响值	Y影响值	Z影响值	综合影响值
X、Y、Z	元	600	1 400	1 120	3 120
Y、X、Z	元	800	1 200	1 120	3 120
Z、X、Y	元	720	1 680	720	3 120
X、Z、Y	元	600	1 680	840	3 120
Y、Z、X	元	960	1 200	960	3 120
Z、Y、X	元	960	1 440	720	3 120

通过对比以上六种不同排序下各因素的影响值，我们可以发现两点：

一是，在因素分析法中，因素排序的改变只会影响不同因素的影响值，并不影响综合影响值。所以因素排序会对因素分析的结果产生很大的影响。

二是，在改变因素排序的过程中若保持第一位或者最后一位因素的顺序不变而只改变其他两个因素的排序，并不会影响原来固定位置因素的影响值。

上述六种结果显示替换顺序不同产生影响的方向是相同的，即X、Y、Z对于F的影响都是正的，但其影响额的大小不同，很难判断哪种替换方法是更好，结论2的原因也有待探讨，所以我们需要对因素分析法的实质进行研究。

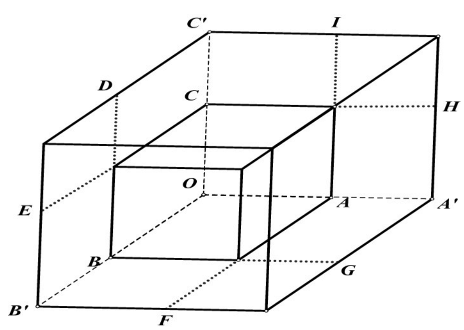
二、因素分析法的实质

传统因素分析法在确定各因素对目标对象影响大小时是这样确定的：理论上来说一般变化较大的因素应放在前面，比较容易控制的因素也应适当前置，在实务中由于很难进行判断，因此往往在选取因素替换顺序时具有一定的主观判断，可能会导致分析结果产生误差。因此可以通过空间解析来考察六种不同替换顺序对目标对象影响的实质。

如下图所示，存在一个立体的坐标轴，其中两个正六面体即包含点OABC的小六面体和包含OA′B′C′的大六面体，其中小六面体可以由F_0表示，大六面体可以由F_1表示。OA轴上表示X因素的变化，OB轴上表示Y因素的变化，OC轴上表示Z因素的变化。

通过一般的平面图像分析，若X与Y同时增加即OA变成OA′、OB变为OB′原来平面产生三个方面的变化加：原平面面积增加了$\triangle X\times Y_0$、$X_0\times\triangle Y$和$\triangle X\times\triangle Y$。所以在三个因素同时变动时就产生四个交互项即$\triangle X\times\triangle Y\times Z_0$、$\triangle X\times Y_0\times\triangle Z$、$X_0\times\triangle Y\times\triangle Z$和$\triangle X\times\triangle Y\times\triangle Z$。

即可以得到两个六面体的体积差：$F_1-F_0=\triangle X\times Y_0\times Z_0+X_0\times\triangle Y\times Z_0+X_0\times Y_0\times\triangle Z+\triangle X\times\triangle Y\times Z_0+\triangle X\times Y_0\times\triangle Z+X_0\times\triangle Y\times\triangle Z+\triangle X\times\triangle Y\times\triangle Z$。



因素分析法的空间解析图

现在考察具体因素排序的变化，F表示需要研究的因素，影响F的因素可以分为X因素、Y因素和Z因素。下标为0代表基期值，下标为1代表报告期的值，用△表示报告期值减基期值的差，因素替代顺序为X、Y、Z，则有：

基期值$F_0=X_0\times Y_0\times Z_0$。

第一次替换：$F_2=X_1\times Y_0\times Z_0=(\triangle X+X_0)\times Y_0\times Z_0=X_0\times Y_0\times Z_0+\triangle X\times Y_0\times Z_0$。

第二次替换：$F_3=X_1\times Y_1\times Z_0=(\triangle X+X_0)\times(\triangle Y+Y_0)\times Z_0=(\triangle X+X_0)\times Y_0\times Z_0+(\triangle X+X_0)\times\triangle Y\times Z_0$。

第三次替换：$F_1=X_1\times Y_1\times Z_1=(\triangle X+X_0)\times(\triangle Y+Y_0)\times(\triangle Z+Z_0)=(\triangle X+X_0)\times(\triangle Y+Y_0)\times Z_0+(\triangle X+X_0)\times(\triangle Y+Y_0)\times\triangle Z$。

报告期数与基期数的差异始终都是$F_1-F_0=X_1\times Y_1\times Z_1-X_0\times Y_0\times Z_0$，因为$F_1$和$F_0$的值不变，所以二者差值并不会受因素排序的影响。

基于以上分析可以得出因素X、Y和Z的影响值：

因素X的影响值为$F_2-F_0=\triangle X\times Y_0\times Z_0$，所以排序第一的因素影响值只受到自身变化△X的影响。

因素Y的影响值为$F_3-F_2=(\triangle X+X_0)\times\triangle Y\times Z_0=\triangle X\times\triangle Y\times Z_0+X_0\times\triangle Y\times Z_0$，所以因素Y的影响值不仅受到自身变化△Y的影响，而且还会受到△X×△Y的影响。

因素Z的影响值为$F_1-F_3=(\triangle X+X_0)\times(\triangle Y+Y_0)\times\triangle Z=\triangle X\times\triangle Y\times\triangle Z+\triangle X\times Y_0\times\triangle Z+X_0\times\triangle Y\times\triangle Z+X_0\times Y_0\times\triangle Z$，所以因素Y的影响值最为复杂，它会同时受到△X×△Y×△Z、△X×△Z、△Y×△Z及自身变动△Z的影响。

综合其他五种排序下的分析可以得表3。

表3　变更三因素排序下驱动因素变化

排序法	X的驱动因素	Y的驱动因素	Z的驱动因素
X、Y、Z	△X	△Y、△X×△Y	△X×△Y×△Z、△X×△Z、△Y×△Z、△Z
Y、X、Z	△Y、△X×△Y	△Y	△X×△Y×△Z、△X×△Z、△Y×△Z、△Z
Z、X、Y	△X、△X×△Z	△X×△Y×△Z、△X×△Y、△Y×△Z、△Y	△Z
X、Z、Y	△X	△X×△Y×△Z、△X×△Y、△Y×△Z、△Y	△Z、△X×△Z
Y、Z、X	△X×△Y×△Z、△X×△Z、△X×△Y、△X	△Y	△Z、△Y×△Z
Z、Y、X	△X×△Y×△Z、△X×△Z、△X×△Y、△X	△Y、△Y×△Z	△Z

由以上分析可知，由于保持首位或者尾位上的因素不变而只改变其他两种因素，并不会影响原来首位与尾位上因素的驱动因素，所以改变其他两个因素的排序，并不会影响原来固定位置因素的影响值。随着因素排序方法的改变，影响各个因素影响值的驱动因素也在变化。位于首位的因素只受自己本身的影响，位于第二位的因素不仅受到自己本身因素的影响，而且会受到第一位因素与第二位因素的交互项的影响，最后一位因素除了会受到自身影响还会受到其余的交互项的影响。因此，排列越后的因素所受到的交互项的影响越

大。然而,这样的分析是不合理的。因为共同影响额是由几个有关因素共同变动对经济指标影响的结果,所以正确的分析方法应是将共同影响额部分在有关因素之间进行分配。

三、因素分析法的修正

从上述例题可以看出传统的因素分析法并不完善,它并没有解决三种因素共同作用所引起变化的分配问题,下面对传统因素分析法做一些改进。

$\triangle F=F_1-F_0$

$=\triangle X\times Y_0\times Z_0+X_0\times\triangle Y\times Z_0+X_0\times Y_0\times\triangle Z+\triangle X\times\triangle Y\times Z_0+\triangle X\times Y_0\times\triangle Z+X_0\times\triangle Y\times\triangle Z+\triangle X\times\triangle Y\times\triangle Z$ （1）

$F_0=X_0\times Y_0\times Z_0$ （2）

将公式(1)右边各项同时乘上公式(2),即 $F_0/(X_0\times Y_0\times Z_0)$,然后得出:

$\triangle F=(\triangle X/X_0)\times F_0+(\triangle Y/Y_0)\times F_0+(\triangle Z/Z_0)\times F_0+(\triangle X\triangle Y/X_0Y_0)\times F_0+(\triangle X\triangle Z/X_0Z_0)\times F_0+(\triangle Y\triangle Z/Y_0Z_0)\times F_0+(\triangle X\triangle Y\triangle Z/X_0Y_0Z_0)\times F_0$ （3）

提取公因式后:

$\triangle F=F_0\times[(\triangle X/X_0)+(\triangle Y/Y_0)+(\triangle Z/Z_0)+(\triangle X\triangle Y/X_0Y_0)+(\triangle X\triangle Z/X_0Z_0)+(\triangle Y\triangle Z/Y_0Z_0)+(\triangle X\triangle Y\triangle Z/X_0Y_0Z_0)]$ （4）

显然$\triangle X/X_0$是X因素的变化率,$\triangle Y/Y_0$是Y因素的变化率,$\triangle Z/Z_0$是Z因素的变化率。

为方便起见,我们用M代替$\triangle X/X_0$,用N代替$\triangle Y/Y_0$,K代表$\triangle Z/Z_0$,则(4)就变成:

$\triangle F=F_0\times(M+N+K+M\times N+M\times K+N\times K+M\times N\times K)$ （5）

变换之后我们可以得出以下结论:第一,X因素单一变化影响值由其自身变化率M决定。第二,Y因素的单一变化影响值由其自身变化率N决定。第三,Y因素单一变化影响值由其自身变化率K决定。第四,三因素的共同影响值由$M\times N+M\times K+N\times K+M\times N\times K$决定。

根据以上四点可以看出,如果M>N则有X因素的单一变化对目标对象产生的影响值比Y因素的单一变化对目标对象的影响值大。

由(5)可知目标对象的变化由两部分构成,一是单一变化产生的影响值,二是共同变化产生的影响值。X、Y和Z的变化率共同决定了共同作用影响额的分配。

假设$H_1=M/(M+N)$,$H_2=K/(M+K)$,$H_3=N/(N+K)$,$H_4=M/(M+N+K)$,$H_5=N/(M+N+K)$。TX是X的总影响值,既包含单一因素产生的影响值又包括共同作用因素中属于X应该分配得到的部分。同理,TY是Y的总影响值,TZ是Z的总影响值。

$TX=M\times F_0+M\times N\times F_0\times H_1+M\times K\times F_0\times(1-H_2)+M\times N\times K\times F_0\times H_4=M\times F_0\times[1+N\times H_1+K\times(1-H_2)+N\times K\times H_4]=M\times F_0\times A$

$TY=N\times F_0+M\times N\times F_0\times(1-H_1)+N\times K\times F_0\times H_3+M\times N\times K\times F_0\times H_5=N\times F_0\times[1+M\times(1-H_1)+K\times H_3+N\times K\times H_5]=N\times F_0\times B$

$TZ=K\times F_0+M\times K\times F_0\times H_2+N\times K\times F_0\times(1-H_3)+M\times N\times K\times F_0\times(1-H_4-H_5)=K\times F_0\times[1+M\times H_2+N\times(1-H_3)+N\times K\times(1-H_4-H_5)]=K\times F_0\times C$

又已知$\triangle F=TX+TY+TZ$,所以有:

$\triangle F=F_0\times(M\times A+N\times B+K\times C)$ （6）

各因素对目标对象的影响比例确定了之后,就可以利用(6)计算上文中的例题。

题中$M=\triangle X/X_0=20/120=1/6$,$N=\triangle Y/Y_0=2/6=1/3$,$K=\triangle Z/Z_0=1/5$,$F_0=3\ 600$ $A=[1+N\times H_1+K\times(1-H_2)+N\times K\times H_4]=1.217\ 9$

$B=[1+M\times(1-H_1)+K\times H_3+N\times K\times H_5]=1.267\ 9$

$C=[1+M\times H_2+N\times(1-H_3)+N\times K\times(1-H_4-H_5)]=1.235$

将以上各数代入上面的公式(6),可以得到以下3个计算结果:

X的影响额:$TX=M\times F_0\times A=(1/6)\times 3\ 600\times 1.217\ 9=730.74$

Y的影响额:$TY=N\times F_0\times B=(1/3)\times 3\ 600\times 1.267\ 9=1\ 521.48$

Z的影响额:$TZ=K\times F_0\times C=(1/5)\times 3\ 600\times 1.235=889.2$

四、总结

为了使改进后的因素分析法更加通用,下面对因素分析法做进一步的总结。

1. 各因素对目标对象影响值的实质。各因素变化的情况很多,比如三种因素都下降,或是一个因素上升、两个因素下降等等,改进后的因素分析法实质是对前文“因素分析法的空间解析图”中三者间交互项部分所形成的体积进行分配。TX、TY和TZ包括了各自单一变化产生的影响值和共同变化产生的影响值分配给各个因素的值。

2. 各因素对目标对象影响方向的确定。各因素对直接材料成本影响方向的确定方法是,如果某一因素报告期数据比基期数据大,则这一因素就使目标研究因素上升。相反,某因素报告期数据比基期数据小,则这一因素就使目标研究因素下降。

主要参考文献

1. 汪慧玲,顾玲琍.因素分析法的局限及其微积分修正.统计与决策,2006;6

2. 胡文献.因素分析法下子指标排序问题思考.财会月刊,2007;2

3. 常金奎,石金花.因素分析法的实质性分析.呼伦贝尔学院学报,2008;16

4. 王文华.如何正确运用因素分析法.财会月刊,2009;2

5. 陆兴凤.因素分析法在标准成本差异计算中的应用.财会月刊,2006;18