

基于马科维茨理论的最优证券组合分析

李洋 余丽霞(教授)

(四川师范大学商学院 成都 610101)

【摘要】 本文基于马科维茨理论,选取我国金融市场的40只证券作为实证样本,通过构造最优证券组合来揭示投资多元化效应。研究表明,马科维茨理论在我国具有较大的应用价值,但也存在一定的局限性,需要根据现实情况作出适当修正,从而为规范理性投资行为、建立科学投资理念提供理论指导与实务借鉴。

【关键词】 马科维茨理论 期望收益率 有效边界 最优证券组合

证券组合是投资者同时投资于多种证券(如股票、债券、基金等),以达到有效分散投资风险的目的。证券组合并非各种证券的简单随机拼凑,它体现了投资者的意愿和所受的约束,即受到投资者对投资风险的偏好、投资收益的期望、投资比重的分配等限制。对此,美国著名经济学家哈里·马科维茨所提出的现代证券组合理论(也叫马科维茨理论),为投资者合理构造证券组合提供了理论指导。

一、理论基础

哈利·马科维茨于1952年发表了《证券组合选择》这篇开创性的论文,由此诞生了现代证券组合理论——马科维茨理论。该理论包含了两方面的重要内容:一是均值-方差模型;二是有效边界模型,即用期望收益率与方差分别表示证券的投资价值与投资风险,并导出证券组合的有效边界。投资者只有在有效边界上构造证券组合才是理性行为,欲使投资风险最小,除了多样化投资于不同证券之外,还应选择两两相关系数较小的证券。马科维茨理论揭示的基本原理是,投资者总是希望在任何风险程度上选择收益最大的证券组合,或在任何收益水平上选择风险最小的证券组合。

1. 假设条件。①投资者用预期收益的概率分布来描述每一项证券投资;②投资者以预期收益的波动性来估计证券组合的风险;③投资者仅依靠证券组合预期的风险和收益做出投资决定,其效用函数只是风险和收益的函数;④投资者均为理性的个体,服从不满足和风险厌恶假设,其投资目标是单期效用最大化,且效用函数呈现边际效用递减的特点;⑤在一定的风险程度上,投资者偏好更高的收益;在一定的收益水平上,投资者偏好更低的风险;⑥金融市场是完全的,不存在交易费用和个人税收,不存在进入或退出市场的限制,所有的市场参与者都是价格的接受者,市场信息是有效的,资产是完全可以分割的。

2. 均值-方差模型。

(1) 证券组合的期望收益率。证券组合的期望收益率等

于组合中各个证券期望收益率的加权平均数,计算公式为:

$$\bar{K}_p = \sum_{i=1}^n W_i \cdot \bar{K}_i \quad (1)$$

其中: \bar{K}_p 为证券组合的期望收益率; \bar{K}_i 为第*i*种证券的期望收益率; W_i 为第*i*种证券的投资比重。

(2) 证券组合的方差。证券组合的方差取决于组合中各种证券的标准差和两两证券之间的相关系数。标准差度量每种证券收益的变动程度;相关系数度量两种证券收益之间的相互关系。其计算公式为:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i \cdot W_j \cdot \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i \cdot W_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad (2)$$

其中: σ_p^2 为证券组合的方差; σ_i 为第*i*种证券的标准差; σ_j 为第*j*种证券的标准差; W_i 为第*i*种证券的投资比重; W_j 为第*j*种证券的投资比重; σ_{ij} 为第*i*种证券与第*j*种证券两两之间的协方差; ρ_{ij} 为第*i*种证券与第*j*种证券两两之间的相关系数,即 $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$, 且 $-1 < \rho_{ij} < 1$ 。

由式(2)看出,证券组合分散风险的效应大小主要取决于两两证券之间的相关系数、各种证券的标准差及投资比重。相关系数对组合风险的影响程度大于标准差,只有选择两两相关系数较小的证券构成组合,才能有效分散投资风险。

3. 有效边界模型。在所选择的证券种类既定的条件下,随着投资比重的变动,投资者可以得到无限多种具有不同风险与收益的证券组合,称为可行集。所谓有效边界是指从可行集中选择相同风险下期收益更高或相同收益下期收益更低的证券组合。投资者如何在有效边界上选择最优组合,取决于自身的风险态度,可以通过无差异曲线来反映。同一投资者可能有若干条相互平行的无差异曲线,形成无差异曲线族;风险偏好者的无差异曲线斜率更小,更为平缓,而风险规避者的无差异曲线斜率更大,更为陡峭。

马科维茨理论主要从以下两个层面来探讨有效边界与

最优组合:

(1)风险性证券组合的有效边界与最优组合。风险性证券组合是指组合中不存在无风险证券,投资者的自有资金全部投向股票、公司债等风险性证券,其有效边界位于可行集的左上方边缘,呈现为一条外凸的弧线,被叫做马科维茨边界,而最优组合则位于弧线与无差异曲线的切点处。投资者越规避风险,最优组合将沿着马科维茨边界往左移动;投资者越偏好风险,最优组合将沿着马科维茨边界往右移动。

(2)无风险借贷证券组合的有效边界与最优组合。无风险借贷证券组合是指组合中存在无风险证券,投资者面临以下两种选择:一是将自有资金一部分投向无风险证券,一部分投向风险性证券,无风险证券的投资比重大于0,称为贷出区;二是按无风险利率借入资金,加上自有资金共同投向风险性证券,无风险证券的投资比重小于0,称为借入区,即利用金融杠杆效应高风险博取高收益。此时的有效边界呈现为一条从无风险利率出发,与马科维茨边界相切的射线,而最优组合则位于射线与无差异曲线的切点处。投资者越规避风险,投向无风险证券的比重为正,即在贷出区构造最优组合;投资者越是偏好风险,投向无风险证券的比重为负,即在借入区构造最优组合。

二、实证分析

1. 假设条件修订。为了将马科维茨理论应用于证券组合分析,本文首先需要针对我国金融市场的实际情况修订假设条件:①我国的金融市场是有效的,即股票价格反映了所有的信息;②我国的证券交易不存在交易费用与个人所得税;③我国的投资资产无限可分;④投资者完全根据证券组合的期望收益率和方差做出投资决策;⑤投资者是收益不厌足的,即在相同风险程度下,投资者总是选择期望收益率较高的证券组合;⑥投资者属于风险规避型;⑦我国具有卖空约束,即不允许投资者卖空股票;⑧不考虑股票转让对期望收益率的影响。

2. 实证样本选取。本文从我国金融市场选取了40只证券作为实证分析样本。其中,股票选取了20只,沪市10只,深市10只,分布在金融、生物制药、有色金属、房地产等17个行业;公司债选取了10只,沪市5只,深市5只,分布在家电、食品、交通运输等10个行业;基金选取了2只,沪市1只,深市1只,以此增强样本的多样性和代表性;国债选取了8只,沪市4只,深市4只,沪深两市各有2只半年付息国债、2只年付息国债。特别说明的是,应用马科维茨理论引入无风险借贷时,将国债视为无风险证券,投资者既可以将自有资金投向国债,也可以按国债利率借入资金。实证样本名单如表1所示:

表1 证券样本名单

股票	浦发银行	中信证券	建设银行	中国人寿	公司债	08江铜债	08葛洲债	08青啤债	08上汽债	09长虹债
	同仁堂	包钢稀土	保利地产	伊利股份	基金	12亚达债	12晨鸣债	12辽通债	12中山01	12福发债
	大众交通	首旅股份	威华股份	中原环保		广发大盘成长			华夏大盘精选	
	伟星股份	滨海能源	科华恒盛	上海佳豪	国债	06国债(16)	06国债(20)	07国债(03)	07国债(13)	
	中捷股份	民生投资	中信国安	泰山石油		国债0308	国债917	国债1014	国债1007	

3. 可能投资组合。本文假设我国的宏观经济将出现萧条、衰退、正常、繁荣4种状况,并通过当前市场环境的发展趋势分析,设定每种状态出现的概率分别为15%、10%、45%、30%。同时,本文基于40只证券样本,搜集了2008~2012年的相关资料,据此构建了预期收益的概率分布表。由于篇幅所限,表2选择了7只代表性证券列示其概率分布数据:

表2 部分证券预期收益的概率分布表 单位:%

经济状况	发生概率	各种情况下的预期收益率						票面利率 国债917
		大众交通	民生投资	08青啤债	12晨鸣债	广发大盘	华夏大盘	
萧条	15%	1.66	-3.22	6.64	5.54	-3.45	-0.53	3.62
衰退	10%	4.67	-0.22	4.86	4.98	-1.21	1.21	3.62
正常	45%	6.07	2.12	3.92	4.21	1.95	5.62	3.62
繁荣	30%	9.76	8.85	2.88	2.34	10.31	16.65	3.62

此外,本文根据证券样本预期收益的概率分布表,运用SPSS17.0软件对各个证券的期望收益率、方差、标准差、协方差、相关系数等指标进行了描述性统计。统计结果发现,国债的方差、标准差均为0,且与其他证券的相关系数为0,作为无风险证券引入无风险借贷;而公司债与股票、基金的相关系数大都小于0,因为在经济萧条、股市低迷时,人们更愿意投资公司债,导致其收益水平上升;同时,本文所选取的两只基金均为混合型基金,其中股票的投资比重大于公司债,因此基金的预期收益与股票正相关,与公司债负相关。

马科维茨理论要求选择两两相关系数较小的证券,才能达到分散投资风险的目的,相关分析结果为可能投资组合的拟定提供了基本依据。本文据此构造了8个可能投资组合方案,如表3所示:

表3 可能投资组合方案

组合分类	证券组合	股票投资比重	公司债投资比重	基金投资比重	国债投资比重
风险性证券组合	方案1	60%	35%	5%	0
	方案2	62.5%	31.25%	6.25%	0
	方案3	70%	25%	5%	0
	方案4	76%	20%	4%	0
无风险借贷证券组合	方案5	50%	25%	5%	20%
	方案6	60%	20%	4%	16%
	方案7	70%	35%	15%	-20%
	方案8	80%	35%	5%	-20%

需要说明的是,前4个方案是风险性证券组合,不包含国债投资;后4个方案是无风险借贷证券组合,包含了国债投资。其中,方案5、6投向国债的比重为正,属于贷出区;方案7、8投向国债的比重为负,属于借入区,即按国债利率借入20%的资金,加上100%的自有资金共同投向风险性证券,投向风险性证券的比重为120%,投向国债的比重为-20%。同时,各类证券中每只证券的投资比重相同,如方案1

的股票比重为60%，表明20只股票各占3%的比例；公司债比重为35%，表明10只公司债各占3.5%的比例；基金比重为5%，表明2只基金各占2.5%的比例。

4. 有效边界与最优组合。

(1)有效边界。本文运用马科维茨理论的均值-方差模型，根据式(1)、式(2)分别计算出可能投资组合的期望收益率与方差。同时，8只国债票面利率的均值也一并列示，作为无风险利率。计算结果如表4所示：

表4 可能投资组合的期望收益率与方差

证券组合	期望收益率	方差	证券组合	期望收益率	方差	证券组合	期望收益率	方差
方案1	6.85%	0.21	方案4	7.47%	0.24	方案7	9.58%	0.48
方案2	6.96%	0.29	方案5	6.22%	0.12	方案8	9.87%	0.51
方案3	7.25%	0.32	方案6	6.66%	0.16	国债	3.28%	0

本文运用马科维茨理论的有效边界模型，将表4中可能投资组合的期望收益率与方差的数据绘制在坐标图中，据此确定可行集的有效边界，如图1所示。

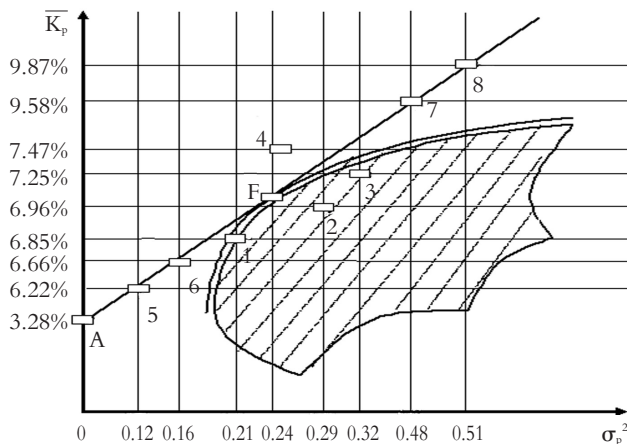


图1 可能投资组合的有效边界

8个可能投资组合均在图1中明确标注。其中，A点表示投资者将自有资金全部投向国债，即无风险证券组合；F点表示投资者将自有资金全部投向股票、公司债等风险性证券，即风险性证券的最优组合。由图1可知，引入无风险借贷(国债)之后，有效边界不再是位于阴影(可行集)左上方边缘的外凸弧线(马科维茨边界)，而是转化为一条以无风险利率3.28%为起点并与马科维茨边界相切的射线，切点即是F组合。其中，方案4在有效边界的上方，超出了可行集的范围，是投资者无法实现的；方案1、2、3在有效边界的下方，是没有效率的，投资者总能在有效边界上找到收益更高或风险更低的替代组合。因此，投资者需要摒弃方案1、2、3、4，只有方案5、6、7、8才位于有效边界上。

(2)最优组合。通过图1构建的有效边界，并结合投资者不同风险态度下的无差异曲线族，即可确定最优证券组合，如图2所示。由图2可知，无差异曲线与有效边界形成两个切点，F点左边贷出区的切点(方案6)是风险规避者的最优证券组

合，即将自有资金的16%投向无风险证券(国债)，其余84%投向风险性证券(股票60%、公司债20%、基金4%)；F点右边借入区的切点(方案7)是风险偏好者的最优证券组合，即以无风险利率3.28%借入20%的资金，加上100%的自有资金共同投向风险性证券(股票70%、公司债35%、基金15%)，投向国债的比重为-20%。方案6的期望收益率为6.66%，方差为0.16；方案7的期望收益率为9.58%，方差为0.48，说明风险偏好者能够利用无风险借贷的金融杠杆效应获取更大的收益，但必须承受更高的风险，两类投资者都能获得各自风险承受范围内最高的收益水平。

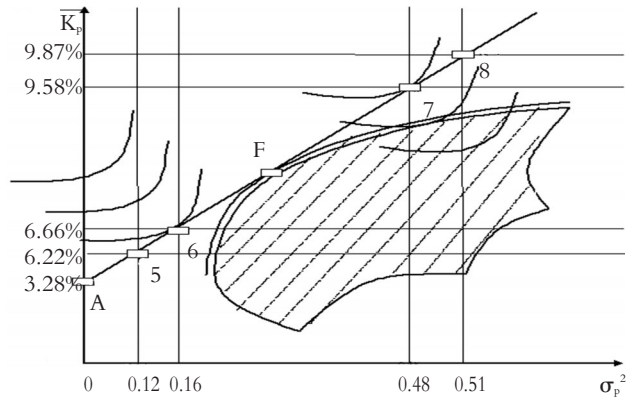


图2 不同风险偏好下的最优证券组合

三、研究结论

马科维茨理论充分考虑了风险和收益并存的道理，通过定量分析使证券投资有了决策标准，在西方国家广泛应用，在我国金融市场同样具备较强的可行性。投资者应该根据自身的风险态度理性投资，在确保一定收益的情况下尽可能地降低风险，或是在相同的风险水平下获得最高的收益。

需要注意的是，并非所有的证券组合都位于有效边界线上，风险和收益并不是完全的正相关，而是存在一定程度的差异。因此，我国投资者在证券种类的选择上、投资比重的判断上、市场环境的分析中，都必须以谨慎的心态、科学的理念从事投资，不可一味追求收益而忽视了风险的存在。同时，由于马科维茨理论本身的局限性，以及我国金融市场的不健全，投资者不可盲目生搬硬套该理论来进行投资决策，还应根据现实情况作出适当的修正与调整，才能避免不必要的投资损失，进而充分发挥投资多元化效应。

【注】本文系四川省教育厅面上项目(编号:12SB103)的阶段性研究成果。

主要参考文献

1. Markowitz H. M.. Portfolio Selection. Journal of Finance, 1952;7
2. Markowitz H. M.. Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments. Cambridge: Basil Blackwell, 1959
3. 曾颖苗.马科维茨模型在股市最优投资组合选择中的实证研究.湘潭师范学院学报(社会科学版),2009;4
4. 柳明,孙冬青.证券投资组合分析研究.时代金融,2007;1