

# 基于风险调整资本收益率的MBS定价

段世霞(教授) 李青

(郑州大学管理工程学院 郑州 450001)

**【摘要】**传统住房抵押贷款支持证券(MBS)定价方法多局限于从现金流结构方面分析违约行为对定价产生的影响,本文考虑了违约行为的风险溢价,在期权调整利差定价法的基础上,引入风险调整资本收益率(RAROC),构建价格调整系数对证券理论价格进行修正。同时,运用具有相关波动因子的广义随机波动HJM模型,结合经典的Schwartz-Torous提前还款模型,基于改进的期权调整利差定价法对MBS定价进行研究,初步建立起商业银行风险收益视角下的MBS定价模型。

**【关键词】**住房抵押贷款支持证券 风险调整资本收益率 随机波动HJM模型 期权调整利差

## 一、住房抵押贷款支持证券定价方法的变化

住房抵押贷款支持证券(MBS)在国外的历史已有30余年的历史,其定价方法主要经历了传统定价方法和计量经济方法两个阶段。传统定价方法是采用单纯的现金流分析,在假定的提前还款率下,用同期国债利率加上价差作为贴现率对预测的未来现金流进行贴现,属于静态的定价方法。然而MBS属于住房抵押贷款债权的衍生金融产品,其定价过程受到利率变化、各期提前还款率、违约率、借款人异质性等因素的影响,其中提前还款行为复杂多变,并不能由既定的提前还款率简单概括。因此传统定价方法苛刻的假设条件并不能完全真实地描述特定住房抵押贷款资产池的提前还款率和违约率,必须通过复杂的现代计量经济技术才能实现MBS的准确定价。可见,传统定价方法会逐渐被计量定价方法所取代。

MBS与其他同类证券有一明显的不同之处,即市场利率的变化除了对贴现率产生影响外,还将导致未来现金流分布及结构的改变,即提前还款行为的发生。而借款人所享有的提前还款权利使银行承担了流动资金与投资资金期限结构不符的风险,可以被看作是一种隐含的期权,因此,MBS计量定价模型应将提前还款期权的价值考虑在内。于是在早期计量定价方法的基础上,以期权调整利差衡量该期权价值的OAS模型应运而生,这是目前国际上通用的MBS期权定价方法。

## 二、风险调整资本收益率的引入

本文从商业银行收益率的角度出发,引入风险调整资本收益率(RAROC)作为衡量指标,并建立能够反映违约行为风险溢价的MBS价格调整系数,根据抵押贷款盈利能力的优劣对证券价格进行调整,从而帮助银行达到获取溢价收入或进行风险转移的发行目的。

RAROC考察的是扣除信用风险成本后真实的经济资本使用效益,可以完整地反映某笔贷款为商业银行带来的实际收益率,目的是在计算预期收益率时将风险成本扣除,使收益

与风险直接挂钩、有机结合,体现了业务发展与风险管理的内在统一,被广泛应用于商业银行风险管理、贷款定价和对企业客户的授信评级。RAROC最初针对的评价对象是企业客户,即衡量整个企业或集团能为银行带来的综合收益,现将其应用于MBS定价中,衡量的则是住房抵押贷款资产池能为银行带来的收益。为使其更好地服务于新的评价对象,需要对该模型变量的定义及度量做出相应调整。RAROC是指经预期损失(Expected Loss)和以经济资本计量的非预期损失(Unexpected Loss)调整后的收益率,其原始计算公式如下:

$$\begin{aligned} \text{RAROC} &= \frac{\text{收益} - \text{信用风险成本(预期损失)}}{\text{经济资本(非预期损失)}} \\ &= \frac{R - EL}{UL} = \frac{R - PD \times LGD \times EAD}{CAR} \end{aligned} \quad (1)$$

式中:R调整为住房抵押贷款资产池中所有住房抵押贷款能为银行带来的综合收益,包括贷款利息收入、手续费收入;PD即违约概率,调整为对借款人信用记录评级,在计算时将住房抵押贷款资产池中所有借款人的信用记录加以统计整理做出该MBS产品的评级,同时根据各借款人贷款额求出加权平均后的违约概率;EAD即违约风险敞口,是指可能发生违约风险的资金额度,调整为剩余未偿还贷款金额;LGD即违约损失率,反映了企业客户违约后银行可能承担损失的比例,调整为借款人违约时银行扣除预期回收金额后所承担的损失比例,预期回收金额应以违约发生时抵押房产的实际价值为准。

LGD则根据预期回收金额与EAD的比例按下式进行计算:

$$\text{LGD} = 1 - \text{回收率} = 1 - \frac{\text{预期回收金额}}{\text{EAD}} \quad (2)$$

CAR即经济资本,调整为住房抵押贷款资产池的非预期损失总额,包括为信用风险、市场风险和操作风险所计提的各

项非预期损失备用资本。其中,预期回收率(EL%)=违约概率(PD)×违约损失率(LGD),用来预测未来一段时间内某贷款业务的损失率,是判断信用风险成本高低的标准。

### 三、期权调整利差定价法模型框架的确立

期权调整利差定价法在计算抵押贷款支持证券的现金流时,通过Monte-Carlo法模拟大量的未来利率变动路径,对提前还款进行逐月预测。由于模拟利率变动路径的数量满足大数定理的要求,该模型保证了结论的相对准确性。基于OAS的MBS定价模型的构建主要由两个部分组成,即首先根据利率期限结构模型对利率变动路径进行模拟,然后根据提前还款模型得到各路径下的未来现金流。因此,本文将从这两部分入手展开论述。

1. 利率期限结构模型。利率期限结构模型即收益率曲线,描述了期限与利率间的关系,是OAS定价法的重要输入变量,为Monte-Carlo利率模拟法提供利率的动态特性。随着研究的不断深入,利率期限结构模型由最初的静态模型发展为动态模型,进而由单因子模型发展为多因子模型,由均衡模型发展为无套利模型。Heath-Jarrow-Morton模型(HJM模型)即为无套利利率期限结构模型的基本框架,其模型参数与可观测的市场变量间往往存在明确的联系,能更好地拟合期初收益率曲线,因此受到广泛认可。然而众多研究表明,传统的HJM模型已不能准确描述现代金融市场下利率波动率的新特征,如随机波动因子的相关性、利率波动率的随机变化,以及利率波动率中包含的隐性波动因子。

根据杨宝臣、苏云鹏建立的具有相关波动因子的广义多因子随机波动HJM模型,假设风险中性,远期利率动态特性可由如下微分方程组描述:

$$\begin{cases} df(t, T) = \mu(t, T)dt + \sum_{i=1}^N \sigma_{fi}(t, T) \sqrt{v_i(t)} dW_i^0(t) \\ dv_i(t) = \kappa_i(\theta_i - v_i(t))dt + \sigma_{vi} \sqrt{v_i(t)} (\rho_{vi} dW_i^Q(t) + \sqrt{1 - \rho_{vi}^2} dZ_i^Q(t)) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $v_i(t)$ 为随机波动因素; $W^Q(t)$ 为风险中性概率测度下的标准维纳过程; $\rho_{vi}$ 为 $v_i(t)$ 与 $W^Q(t)$ 的相关系数; $\sigma_{fi}$ 与 $\sigma_{vi}$ 分别为远期利率与随机波动因素的波动率因子; $Z^Q(t)$ 为与 $W^Q(t)$ 相互正交的标准维纳过程向量。

以上模型框架强调了随机因子的相关性,并补充了影响远期利率波动率的额外随机因子,从而描述了隐性随机波动因子的动态特性。同时,远期利率波动率与远期利率水平变动是相关的。

2. 提前还款模型。金融产品的定价取决于未来现金流的贴现值,对MBS来说,未来现金流即借款人每月偿还的贷款额,而提前还款行为的发生将扰乱现金流的期限结构和数额分布,从而在很大程度上影响MBS的定价。因此,对提前还款行为的模拟和预测是MBS定价模型中非常重要的一部分。

提前还款模型的发展经历了静态模型和动态模型两个阶段。动态模型不仅仅依靠已有数据的统计结果,而是通过建立

比例危险函数描述了利率变动与提前还款行为的对应关系,这对提前还款行为的预测起到了至关重要的作用。比例危险模型自问世以来便成为研究提前还款行为的主要方法之一,其中以Schwartz、Torous建立的模型最为经典,本文将借鉴这一模型对提前还款行为进行模拟。根据该模型,设连续随机变量T为提前还款为止的期限,提前还款函数 $\pi$ 如下式所示:

$$\pi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t} = \frac{f}{F} \quad (4)$$

式中:F为住房抵押贷款的生存函数; $f$ 为T的概率密度函数。利用泊松回归估计每期所发生的提前还款比例,此时每期的提前偿还贷款个数被视为泊松随机变量。鉴于此处将泊松分布应用于住房抵押贷款提前还款及违约行为的建模,指定 $\pi$ 为一笔贷款在某期且仅在此期发生提前还款的概率。

### 四、期权调整利差定价法的改进

1. RAROC价格调整系数的建立。RAROC作为贷款价值的评判标准,通常用百分比表示,要想将其纳入OAS模型公式,必须先构建一个合适的衡量指标对其度量做出相应的调整,为了实现这一目的,本文引入银行资本成本率作为判断风险调整资本收益率高低的标准。资本成本率的一般计算公式如下:

$$\text{资本成本率} = \frac{\text{资本占用费}}{\text{筹资总额} - \text{筹资费用}} \times 100\% \quad (5)$$

资本占用费由货币时间价值和投资者要考虑的投资风险报酬构成,因资本数量的多少和使用时间的长短而变动。资本筹集费用是企业筹集资本过程中为获取资本而付出的费用,通常在筹集资本时一次性支付,在在用资过程中不再发生,因此常视为筹资数量的减项而扣除。资本成本的两个组成部分分别反映在资本成本率的分子和分母中,两者的增减对资本成本率的影响是一致的。此外,资本成本率是一个期间概念,在计算时应选取MBS发行当年的发行银行资本成本率,其数值由银行筹资过程综合计算得出。

资本成本率指用资费用与有效筹资额之间的比率,反映了银行为筹措资金所付出的成本,在某种程度上等同于该笔资金的必要报酬率。假设所筹集的资金用于贷款业务,那么只有当该笔贷款的收益率高于资本成本率,银行才有可能从该笔贷款中获利。因此本文用RAROC与资本成本率的差值来衡量贷款资产池的实际价值,并据此将 $(1 + \text{RAROC} - K)$ 作为价格调整系数纳入OAS定价公式,其中K为证券发行当年的资本成本率。

2. OAS定价法具体计算步骤。期权调整利差定价法强调了MBS的内嵌提前还款期权价值,该方法基于利率期限结构和合理的利率波动性假设,运用Monte-Carlo模拟法产生多条远期利率路径和再融资利率路径。再将各条一月期远期利率路径代入提前还款模型,以确定各路径下的未来现金流。然后将各条路径下的现金流分别贴现,贴现率为市场利率与期权调整利差之和。最后将各贴现值加以算术平均即得MBS的理

论价格。将该理论价格与MBS产品的当前市场价格进行比较,用试错法求出使二者相等时的期权调整利差,即得OAS值。具体计算步骤如下:

(1)根据选定的利率期限结构模型,运用Monte-Carlo模拟出N条一月期远期利率路径 $f_t(n)$ ,并通过下式确定月即期利率 $S_t(n)$ 。

$$S_t(n) = \{ [1+f_1(n)] \times [1+f_2(n)] \times \dots \times [1+f_t(n)] \}^{1/t} - 1 \quad (6)$$

(2)根据远期利率模拟住房抵押贷款的再融资利率 $R_t(n)$ 。

(3)根据提前还款模型,确定各条模拟利率路径下的未来现金流 $CF_t(n)$ 。

(4)以市场利率与期权调整利差(OAS)之和为贴现率,对各路径下现金流进行贴现。第n条路径的MBS现值 $V(n)$ 如下式所示:

$$V(n) = \sum_{t=1}^{360} \frac{CF_t(n)}{[1+S_t(n)+OAS]^t} \quad (7)$$

(5)对各条利率路径下模拟现金流的贴现值取算术平均,再乘以RAROC价格调整系数,由下式得到调整后的MBS理论价格P:

$$P = (1+RAROC-K) \times \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N V(n) \quad (8)$$

(6)用试错法求出当MBS市场价格与调整后的理论价格相等时的期权调整利差。

如果不将远期利率换算为即期利率,则MBS的期权调整利差定价公式如下:

$$V = (1+RAROC-K) \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{CF_{ij}}{\prod_{k=1}^j (1+r_{ik}+OAS)} \quad (9)$$

式中:j为还款期数; $r_{ik}$ 为第i条利率路径下第k期的市场利率; $CF_{ij}$ 为第i条利率路径上第j期的现金流。

期权调整利差反映了当借款人行使提前还款权时,MBS投资者所面临的再投资风险的补偿,因此体现了MBS产品的内嵌期权价值,为尚未发行的MBS产品的定价提供了基准。

## 五、结束语

具有随机波动率的多因子HJM模型是国内有关利率期限结构建模的最新研究成果,该模型刻画了隐性随机波动因子的动态特性,并考察了利率波动率变化与利率变动之间的关系。本文引用该模型作为Monte-Carlo利率模拟法的输入变量,进而运用经典的Schwartz-Torous提前还款模型,建立比例危险模型,并采用泊松回归加以估计,建立起期权调整利差定价法模型框架。

MBS定价模型的适用性体现在证券价格可以完整且真实地反映证券内在价值,而违约风险的价值反馈是其不可或缺且非常重要的一部分。风险调整资本收益率的引入实现了对住房抵押贷款资产池违约行为风险溢价的准确衡量,突破了传统定价模型度量方法的局限性。本文对RAROC模型中变量的改造做了较为细致的阐述,最终给出改进的MBS期权

调整利差定价模型,为实现我国MBS产品的准确定价提供了新的思路,其意义表现在:

第一,从商业银行的角度出发,风险调整资本收益率高表示该住房抵押贷款资产池具有高资本收益率,同时信用风险成本低,其未来现金流相对更加稳定而易于预测。基于该资产池发行的MBS产品具有风险小且收益稳定的特点,大多数风险中立和风险规避投资者都倾向于选择此类证券。银行不必出让过多的利润也可以顺利发行,甚至可以在原收益率得到完全补偿后获取一定程度的溢价收入,因此,RAROC数值高的证券其价格也相应提高。而基于风险调整资本收益率低的资产池发行的MBS产品风险较高,银行为了实现稳健经营的目标,对于这类抵押贷款的处理原则是尽快进行风险转移,甚至可以接受向投资者出让部分利润,所以此类证券定价相应降低。

第二,从投资者的角度出发,违约风险与提前还款风险相同,都会改变证券未来现金流的时间分布和数量结构,从而影响MBS价格的确定,进而也会对投资者的选择产生重要影响。传统期权调整利差定价模型的研究重点多集中于提前还款,对违约行为的研究局限于从借款人视角出发进行模拟和预测,从而考察其对现金流分布进而对证券价格产生的影响,违约模型也通常是模仿提前还款模型建立的。在MBS的发行过程中,对于违约风险的权衡多体现在信用评级阶段,而缺乏对其风险溢价的准确度量,更没有在证券价格中做出相应调整。投资者只能根据证券的信用评级做出投资决策,即使他们愿意承担更大的风险以取得高收益,却不得不因为得不到相当的风险补偿而放弃低评级MBS,这限制了投资者的选择空间,更严重阻碍了MBS产品的发行和交易。RAROC恰好包含了违约风险的度量,将其引入定价过程即可在发行价格中合理体现违约风险溢价的补偿,有利于消除风险偏好型投资者的顾虑,拓展低评级MBS产品的生存空间。

此外,由于我国的住房抵押贷款证券化尚处于起步阶段,借款人提前还款的统计数据经验尚有待总结整理,因此如何针对我国提前还款行为的特殊影响因素创建相应的衡量指标并建立改进的提前还款模型将是下一步研究的重点。

## 主要参考文献

- 董纪昌等.住房抵押贷款证券定价研究.系统工程理论与实践,2009;12
- Michael La Cour-Little, Yun W., Richard K. Green. Parameter Stability and the Valuation of Mortgages and Mortgage-Backed Securities. Real Estate Economics, 2012; 1
- 周朝阳,王皓白.基于RAROC模型的商业银行贷款定价实证研究.统计与决策,2012;21
- Francis A. Longstaff. Borrower Credit and the Valuation of Mortgage-Backed Securities. Real Estate Economics, 2005; 4
- 袁宏,崔啸,董纪昌,高鹏.基于理性提前偿付的住房抵押贷款证券定价研究.管理评论,2010;8