

金砖国家股市相依结构研究

——基于藤Copula-GARCH方法

孟晓¹ 胡根华² 吴恒煜²(博士生导师)

(1.南京财经大学产业发展研究院 南京 210046 2.西南财经大学经济信息工程学院 成都 611130)

【摘要】在藤Copula理论研究框架下,本文构建Pair Copula-GARCH类模型,并分别采用C藤和D藤结构分解下的t-Copula、Clayton Copula和SJC Copula函数来研究金砖国家股票市场之间的动态相依性结构以及波动溢出效应。研究发现,D藤分解模式下的t-Copula模型更适合描述金砖国家股票市场的数据。研究还表明,巴西和印度、俄罗斯和南非股市间存在很强的波动溢出效应,而巴西和南非股市间则最弱。另外,在D藤结构下,巴西和南非市场出现极值的可能性最小,而巴西和印度市场出现极值的可能性则最大。

【关键词】金砖国家 动态相依 藤Copula 股票市场特征

一、引言

大多数金融市场之间都存在着较强的非线性相关关系,即相依性。近几年来,作为研究相依性的主要方法之一,基于Copula理论的相依性分析法受到许多学者的青睐。国外Patton(2006)、Rodriguez(2007)及Dias和Embrecchts(2010)等展开了相关研究;国内相关研究方面有董秀良和曹凤岐(2009)、魏平和刘海生(2010)、赵喜仓等(2011)等。然而,在美国次贷危机期间,对金融资产风险管理精确性的要求增强,尤其是在不能完全捕捉到金融资产间相依性结构的情形下,尽管标准的Copula函数能够较好地刻画多个金融资产之间的相依性,但在更高维情形下的刻画效果却不很理想,而藤Copula方法弥补了这一不足。国外相关研究方面,如Aas等(2009)将Pair-Copula模型应用于金融时间序列,以研究序列之间的相依性结构。更多相关研究可参见Horta(2010)、Schnieders(2010)以及Brechmann和Czado(2011)、Nikolouloupoulos等(2012)。国内相关研究方面,如杜子平等(2009)、黄恩喜和程希骏(2010)、邵梦倩和杜子平(2011)等。

当前,金砖国家在经济总量、经济发展速度、全球贸易地位等方面都发挥着越来越重要的作用,其市场也具有巨大的投资潜力。尤其是在美国次贷危机、欧债危机、美国主权债务危机的阴影下,金砖国家的市场成为国际投资者的首选。因此,研究金砖国家的股票市场就显得十分重要。国外相关研究文献较多,如Bhar和Nikolova(2009)研究了金砖四国动态相关性以及各国市场与其所在地区和世界市场的一体化水平;Hitzerd(2012)采用Copula建模方法研究了金砖四国股市尾部相依性,并从欧元投资者的视角检测了四国市场在险价值(VaR)的差异和期望缺失(ES)。

国内运用Copula方法来研究金砖国家股市特征的文献却

相对较少。何光辉和杨咸月(2010)研究了金砖新兴股票市场国际定位及其水平溢出和波动溢出效应。张金萍和杜冬云(2011)通过构建DCC-GARCH模型研究了金砖四国股票市场联动性的动态变化。欧阳敏华(2012)运用混合Copula模型对金砖四国股票市场间的相依性结构进行了分析,并发现市场之间存在非对称相关关系,且相依性结构也存在一定的差异。

国内文献并未将南非市场纳入研究对象中,且采用藤Copula方法来研究相关问题的文献也少见。多元Copula在刻画相依结构时,均假设自由度相同,这与实际不相符。此外,由于描述多维变量间的相依结构比较复杂,于是一般采用Pair-Copula分解模式来对高维变量间相依结构进行分离。基于此,本文尝试借用藤Copula理论框架,通过构建Pair Copula-GARCH类模型来研究金砖国家(中国、印度、俄罗斯、巴西和南非)股市之间的动态相依性结构,这为了解金砖国家股市溢出效应和投资提供一定的参考依据。

二、理论模型

1. ARMA-GJR-t模型。由于多数金融时序数列都存在自相关条件异方差、尖峰厚尾等特征,Bollerslev(1986)在ARCH模型基础上,提出了广义自回归条件异方差模型(简称GARCH模型)。本文选择AR(q)-GJR(1,1)-t模型对原始收益率进行过滤。其中,ARMA(1,1)-GJR(1,1)-t模型为:

$$r_{i,t} = c_i + \alpha_{i,1} \cdot r_{i,t-1} + \beta_{i,1} \cdot \varepsilon_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}, i=1,2,\dots,n \quad (1)$$

$$h_{i,t} = \omega_i + \phi_i \cdot \varepsilon_{i,t-1}^2 + \delta_i I[\varepsilon_{i,t-1} < 0] \varepsilon_{i,t-1}^2 + \theta_i h_{i,t-1} \quad (2)$$

$$y_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{h_{i,t}} - t(\eta_i) \quad (3)$$

其中 $y_{i,t}$ 服从独立同分布过程,并满足 $E(y_{i,t} | I_{t-1}) = 0$ 和 $\text{var}(y_{i,t} | I_{t-1}) = 1$;参数 $\omega_i, \phi_i, \theta_i$ 均大于0,且满足 $\phi_i + \delta_i > 0, \phi_i + 0.5\delta_i + \theta_i < 1$,而 $I[\varepsilon_{i,t-1} < 0]$ 为指标函数; δ_i 主要用来衡量杠杆效应, $\delta_i > 0$ 即存在负的杠杆效应, $\delta_i < 0$ 则存在正的杠杆效

应; η_i 为自由度。

2. 藤Copula函数。根据Sklar(1959)的理论,若 F_{XY} 是随机变量 (x, y) 的联合分布函数,其边缘分布函数分别为 F_X 和 F_Y ,则存在一个Copula函数 C ,使 $F_{XY}(x, y)=C(F_X(x), F_Y(y))$ 成立。Copula函数的类型很多,最常用的是椭圆族Copula和阿基米德族Copula。

金融市场间的相依关系一般呈现非线性,并可能具有时变波动性,因而采用动态非线性Copula模型来研究非线性动态相依关系。在运用多元Copula刻画相依结构时,均假设自由度相同,这与实际情况不符。此外,由于描述多维变量间的相依结构比较复杂,一般采用Pair Copula分解模式来对高维变量间相依结构进行分离,即将多元联合密度函数按照一定的逻辑结构分解为Pair Copula密度函数和边缘密度函数的乘积。Aas等(2009)介绍了藤Copula,也即Pair Copula。在三维变量中,假定 $X=(X_1, X_2, X_3)$ - F 且边缘密度函数都存在,则有:

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1)f(x_2|x_1)f(x_3|x_1, x_2) \quad (4)$$

根据Sklar(1959),有:

$$f(x_2|x_1) = \frac{f(x_1, x_2)}{f_1(x_1)} = \frac{c_{1,2}(F_1(x_1), F_2(x_2))f_1(x_1)f_2(x_2)}{f_1(x_1)} \\ = c_{1,2}(F_1(x_1), F_2(x_2))f_2(x_2) \quad (5)$$

$$f(x_3|x_1, x_2) = \frac{f(x_2, x_3|x_1)}{f(x_2|x_1)} \\ = \frac{c_{2,3|1}(F(x_2|x_1), F(x_3|x_1))f(x_2|x_1), f(x_3|x_1)}{f(x_2|x_1)} \\ = c_{2,3|1}(F(x_2|x_1), F(x_3|x_1))f(x_3|x_1) \\ = c_{2,3|1}(F(x_2|x_1), F(x_3|x_1))c_{1,3}(F_1(x_1), F_3(x_3))f_3(x_3) \quad (6)$$

$$\text{而 } F(x|v) = \frac{\partial C_{xv|v-j}(F(x|v-j), F(v_j|v-j))}{\partial F(v_j|v-j)} \quad (7)$$

其中 $C_{xv|v-j}$ 是二元变量Copula分布函数, v_j 表示 v 中剔除第 j 个变量的向量。

Bedford与Cooke(2001, 2002)提出藤图形的逻辑结构,而C藤和D藤结构是两种主要的、最简单的藤。为了简便起见,本文只描绘C藤和D藤四元分解结构图,如图1所示,多元分解结构图可以按此扩展。

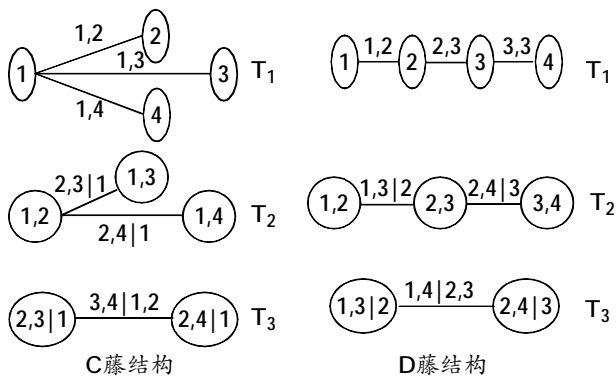


图1 C藤与D藤分解结构

在C藤结构下,密度函数形式为:

$$c(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) = \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{j=1}^{d-i} c_{i,j|i+1, \dots, i-1}(F(x_i|x_1, \dots, x_{i-1}), F(x_{i+j}|x_1, \dots, x_{i-1})) \quad (8)$$

在D藤结构下,密度函数形式为:

$$c(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) = \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{j=1}^{d-i} c_{j,j+i|j+1, \dots, i+j-1}(F(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}), F(x_{j+i}|x_1, \dots, x_{j-1})) \quad (9)$$

三、数据来源与实证分析

1. 数据说明。在样本数据的选取上,为了保证所选目标市场的数据具有一定的代表性,本文分别选取2006年1月10日~2012年9月20日金砖国家股票价格指数,即中国上证综合指数(SHCI)、巴西BOVESPA指数(BI)、俄罗斯RTS指数(RTSI)、印度BSE国家200指数(BSE)和南非富时/JSE非洲全股指数(SASI),并研究各指数的收益率序列。其中,剔除各市场不重叠开盘日数据后,实际得到的样本数据为1426组。在实证分析中,本文研究各市场经过调整后的收益率序列,其具体计算方法为: $r_t = 100 \cdot (\ln P_t - \ln P_{t-1})$,这不会影响本文的研究结论。

2. 实证分析。表1为各市场调整的日对数收益率序列的描述性统计结果。从均值来看,金砖国家股票市场都具有正的调整的日对数收益率,其中印度股市调整的日对数收益率最大,为0.0433。从标准差来看,五个市场均具有一定的波动性,但波动程度差异性不是很大。从偏度来看,五个市场调整的日对数收益率均呈现出负偏的不对称性。从峰度来看,各市场调整的日对数收益率都具有明显的尖峰特征,而俄罗斯股票市场峰值最大。

表1 描述性统计结果

	SHCI	BI	RTSI	BSE	SASI
均值	0.035 5	0.039 7	0.017 0	0.043 3	0.004 1
标准差	2.000 3	2.023 7	2.787 0	1.880 8	1.452 4
偏度	-0.145 1	-0.860 5	-1.982 3	-0.182 5	-0.397 3
峰度	5.644 6	10.998 0	36.760 0	9.649 3	9.014 4
P值	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0

图2给出了五个市场调整的日对数收益率QQ图。图中显示,各市场调整的日对数收益率均在一定程度上偏离了正态标准线,说明各序列都呈现出一定的非正态特征。因此,本文选择服从t分布的假定来拟合各序列。

(1)边缘模型参数估计。大量实证研究表明,GARCH(1, 1)、GARCH(1, 2)、GARCH(2, 1)能够反映大多数情况下金融时间序列的波动特征。为了捕捉金融收益时间序列中条件异方差、偏斜和尖峰厚尾等分布特征,文章采用AR(q)-GJR(1, 1)-t模型来研究金融收益的时间序列,并运用AIC和BIC准则来选取q值。表2中是采用IFM估计的边缘模型参数估计结果。

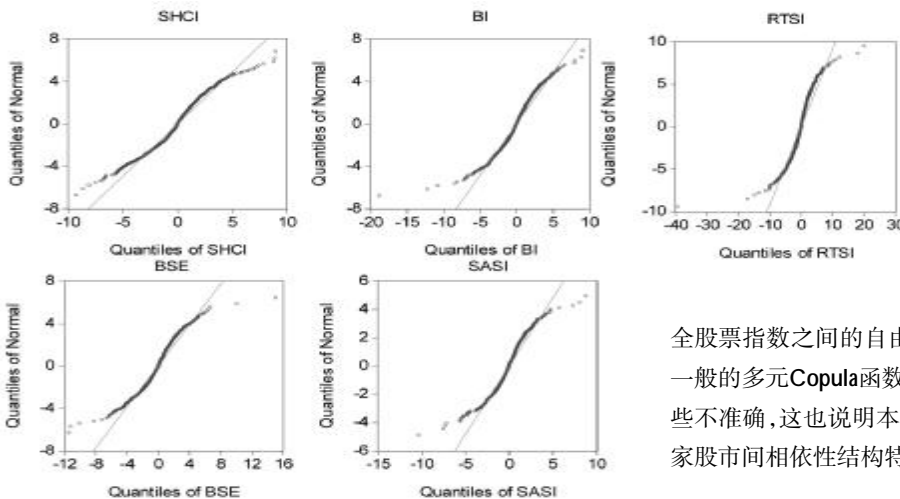


图2 各市场调整的日对数收益率QQ图

表2 AR(q)-GJR(1,1)-t参数估计结果

	SHCI	BI	RTSI	BSE	SASI
c	0.075 9 (0.040 3)	0.070 8 (0.041 2)	0.121 4 (0.046 2)	0.126 2 (0.033 6)	0.031 9 (0.026 9)
α_1	-0.003 1 (0.026 6)	-0.011 1 (0.028 1)	0.069 5 (0.026 8)		
ω	0.029 0 (0.016 8)	0.100 8 (0.028 7)	0.093 0 (0.029 5)	0.087 1 (0.022 5)	0.034 9 (0.008 6)
θ	0.938 9 (0.013 0)	0.895 3 (0.019 1)	0.902 5 (0.017 4)	0.845 9 (0.020 8)	0.878 4 (0.018 3)
ϕ	0.055 0 (0.015 5)	0.009 0 (0.017 4)	0.039 0 (0.019 1)	0.030 6 (0.017 2)	0.000 0 (0.021 8)
δ	0.007 7 (0.017 9)	0.130 3 (0.029 0)	0.078 1 (0.024 3)	0.197 7 (0.037 4)	0.199 3 (0.033 0)
η	4.563 2 (0.667 7)	6.762 3 (1.151 3)	5.715 3 (0.756 2)	5.694 0 (0.736 9)	11.802 (3.552 5)
LLF	-2 831.9	-2 809.0	-3 043.6	-2 634.3	-2 242.1
AIC	5 677.8	5 632.0	6 101.2	5 280.6	4 496.2
BIC	5 714.6	5 668.8	6 138.0	5 312.2	4 527.8

注:括号中的数据是对应的标准差;LLF为Log-likelihood函数值;AIC和BIC分别是模型估计的信息准则值。

表中 ϕ 和 δ 值都大于0,且都显著,说明金砖国家市场利空消息引起的波动比同等大小的利好消息引起的波动要大, $\delta > 0$ 表明各市场均存在负杠杆效应,而巴西和南非市场都比较大。经检验,各市场 $\phi + 0.5\delta + \theta$ 的值都接近1,说明各市场的波动效应都比较持久。表2还显示, θ 值都比较大,说明序列波动集聚现象和尖峰厚尾现象都比较明显。在t分布中,自由度 η 与t分布尾部形状是相关的,即自由度越小,t分布尾部越厚,这也说明市场收益率出现极值的概率越大。表2参数估计结果显示,各市场自由度 η 的估计值都不相同,且各收益率都存在明显的厚尾现象。除南非市场外,其他四国股票市场出现极值的概率均较大。

(2)Pair Copula模型参数估计。

表3描述了二元静态t-Copula估计的自由度,结果显示金砖国家股市之间的自由度均存在一定的差异。其中,上证指数与俄罗斯RTSI指数、上证指数与印度BSE指数之间的自由度差异不大,巴西指数与印度BSE指数、俄罗斯RTSI指数与南非股票指数之间的自由度差异也较小。总体上,表3显示运用一般的多元Copula函数来刻画金砖国家股市之间的相依性有些不准确,这也说明本文采用Pair-Copula模型来捕捉金砖国家股市间相依性结构特征具有一定的合理性。

表3 二元静态t-Copula参数估计

	BI	RTSI	BSE	SASI
SHCI	9.786 9 (32.304)	10.796 (42.005)	10.901 (54.189)	14.542 (25.280)
BI		7.176 7 (195.22)	6.855 0 (85.149)	9.048 1 (294.74)
RTSI			7.466 2 (164.03)	6.867 2 (390.60)
BSE				13.927 (151.98)

注:参数估计的结果为自由度,括号内的数据是对应的极大似然值。

表4描述了二元静态t-Copula模型的金砖国家股市间的相依参数。表中显示,金砖国家股市之间都存在显著的正相依性。其中,巴西和印度、俄罗斯和南非股市之间的正相依性参数均很大,分别为0.882 3和0.870 8,说明这些国家股市之间存在很强的、相似的波动性,这也与其股市开放程度和股市一体化进程有很大关系。可以看出,巴西和印度、俄罗斯和南非股市之间存在很强的波动溢出效应,而其他市场之间的波动溢出效应相对较弱,其中巴西和南非股市之间的波动溢出效应最弱。

表4 二元静态t-Copula模型相依系数

	BI	RTSI	BSE	SASI
SHCI	0.595 4 (0.000 0)	0.563 4 (0.000 0)	0.500 9 (0.000 0)	0.322 4 (0.000 0)
BI		0.414 4 (0.000 0)	0.882 3 (0.000 0)	0.153 3 (0.000 0)
RTSI			0.451 2 (0.000 0)	0.870 8 (0.000 0)
BSE				0.279 0 (0.000 0)

注:以上数据均在0.01水平上显著。

表5和表6分别给出了Pair Copula模型的参数估计结果。对比表5和表6中的结果我们可以看出,由于C藤和D藤的分解模式不一样,因此两者的估计结果还是存在一定的差异性。根

据AIC和BIC准则,D藤的分解模式更适合描述本文的数据,且在t-Copula模型下的参数估计结果更好。因此,本文就只对D藤结构分解模式下的t-Copula参数估计结果作一些分析,如表6所示。

表5 C 藤结构参数估计

	Clayton Copula	t-Copula	SJC Copula	
			λ_L	λ_U
C _{1,2}	0.073 0	12.566	0.066 3	0.026 8
C _{1,3}	0.093 5	15.697	0.024 8	0.089 2
C _{1,4}	0.095 8	13.117	0.124 8	0.044 4
C _{1,5}	0.072 3	19.562	0.018 7	0.046 3
C _{2,3 1}	0.226 4	8.333 3	0.218 0	0.295 1
C _{2,4 1}	0.125 1	8.979 5	0.086 2	0.117 7
C _{2,5 1}	0.293 3	9.149 3	0.302 4	0.406 1
C _{3,4 1,2}	0.157 6	10.952	0.142 2	0.154 3
C _{3,5 1,2}	0.267 1	8.966 8	0.273 0	0.326 4
C _{4,5 1,2,3}	0.060 6	36.022	0.048 4	0.019 0
LLF	763.46	989.89	965.53	
AIC	-1 506.9	-1 959.8	-1 911.1	
BIC	-1 454.3	-1 907.2	-1 858.4	

注:1、2、3、4、5分别表示BSE、BI、SHCI、RTSI、SASI。T-Copula模型下的参数估计结果为相对应的自由度。

表6 D 藤结构参数估计

	Clayton Copula	t-Copula	SJC Copula	
			λ_L	λ_U
C _{1,2}	0.083 9	11.539	0.061 5	0.032 1
C _{2,3}	0.247 7	7.443 3	0.251 8	0.312 6
C _{3,4}	0.207 7	7.338 5	0.231 8	0.245 6
C _{4,5}	0.178 4	17.922	0.242 6	0.196 7
C _{1,3 2}	0.084 9	22.594	0.000 2	0.064 7
C _{2,4 3}	0.058 2	11.604	0.029 1	0.005 7
C _{3,5 4}	0.298 2	8.920 3	0.318 8	0.378 7
C _{1,4 2,3}	0.062 4	23.976	0.065 1	0.003 4
C _{2,5 3,4}	0.185 6	12.668	0.110 7	0.238 7
C _{1,5 1,3,4}	0.011 7	20.176	0.000 1	0.000 1
LLF	758.79	991.55	951.44	
AIC	-1 497.6	-1 963.1	-1 882.9	
BIC	-1 445.0	-1 910.5	-1 830.3	

注:1、2、3、4、5分别表示SASI、RTSI、BSE、BI、SHCI。T-Copula模型下的参数估计结果为相对应的自由度。

就二元t-Copula而言,巴西与印度、俄罗斯和南非股市的自由度都较低,说明其股市收益率序列出现极值的概率都较大。对于条件t-Copula而言,各样本之间的自由度都比较大,说明在某一收益率序列确定的条件下,样本收益率序列出现极值的概率都较小。其中,在其他股市收益率确定的情况下,

巴西和南非市场收益率序列出现极值的可能性最小,而巴西和印度出现极值的可能性最大。

四、结论

本文选取2006年1月10日~2012年9月20日金砖国家股票价格指数,在藤Copula理论的研究框架下,结合ARMA-GARCH模型,通过构建Pair Copula-GARCH类模型,并分别采用C藤结构和D藤结构分解下的t-Copula、Clayton Copula和SJC Copula函数来研究金砖国家股票市场之间的动态相依性结构以及波动溢出效应。得出的主要结论为:第一,C藤结构和D藤结构分解模式刻画的市场间相依性结构存在一定的差异性;第二,D藤分解模式下的t-Copula模型更适合描述金砖国家股票市场的数据;第三,巴西和印度、俄罗斯和南非股市之间存在很强的波动溢出效应,而巴西和南非股市之间的波动溢出效应最弱;第四,在D藤结构下,巴西和南非市场收益率序列出现极值的可能性最小,而巴西和印度出现极值的可能性最大。

本文通过构建Pair Copula-GARCH类模型来研究金砖国家股市相依性结构,提高了研究结果的准确性。另外,对金砖国家股市波动溢出效应的研究,有助于帮助投资者了解金融与投资环境,并可以选择合适的投资组合进行风险规避和套期保值。同时,尽管考虑到股市的杠杆效应,但本研究仍然存在一些不足之处,例如金融时间序列数据经常会发生跳跃现象,而股市也的确存在跳跃现象。因此,在未来的相关研究中,可以进一步引入不同的跳跃模型来研究金砖国家的股票市场特征。此外,采用高频数据来研究相关问题也是未来研究的重要方向之一。

【注】本文受国家自然科学基金项目(编号:70861003,70825005,71171168)、教育部社科研究基金规划项目(编号:09YJA790092,10YJA790200)资助。

主要参考文献

- 董秀良,曹凤岐.国内外股市波动溢出效应——基于多元GARCH模型的实证研究.数理统计与管理,2009;28
- 魏平,刘海生.Copula模型在沪深股市相关性研究中的应用.数理统计与管理,2010;29
- 赵喜仓,刘寅飞,叶五一.基于半参数多元Copula-GARCH模型的开放式基金投资组合风险分析.数理统计与管理,2011;30
- 汪文隽,缪柏其,鲁炜.基于Copula的QDII与排放权资产的投资组合构建.数理统计与管理,2011;30
- 王沁.基于变结构Copula模型的相依关系分析.数理统计与管理,2012;31
- 史美景,赵永淦.基于Copula-GARCH模型的股指期货最佳套期保值比研究.数理统计与管理,2012;31
- Paulo Horta, Carlos Mendes, Isabel Vieira. Contagion effects of the subprime crisis in the European Nyse-Euronext markets. Portuguese Economic Journal,2010;2