总量有限条件下的资本分配方法

曾贵荣

(陕西财经职业技术学院 陕西咸阳 712000)

【摘要】在资本总量有限时,一般的决策方法是按现值指数排序并寻找净现值最大的组合。本文通过非线性规划方法建立数学模型,对总量有限时的资本分配方法进行探索,实证研究表明这种方法正确有效,有利于辅助财务人员进行有限资源分配,从而完成科学财务决策。

【关键词】有限资本 分配方法 非线性规划

在资本总量受到限制时,决策思路是按现值指数排序并寻找净现值最大的组合,有限资源的净现值最大化成为具有一般意义的原则。然而,如果投资项目数量比较多,组合数便迅速上升,采用该思路就不能有效地进行决策。笔者拟通过非线性规划方法建立数学模型,对总量有限时的资本分配方法进行探索,以找到一种更有效率的解决方法。

一、问题的提出

在财务决策过程中,经常出现对独立项目进行投资资本分配问题。独立项目是指被选项目之间是相互独立的,采用一个项目时不会影响另外项目的选择。

一般来说,凡是净现值为正数的项目或者内涵报酬率大于资本成本的项目,都可以增加股东财富,都应当被采用。然而,总量资本有限时,无法为全部盈利项目筹资,并且随着投资组合数增加,决策难度加大。这时就需要对有限的资本分配进行科学的决策。

二、一般财务解决方法

投资资本总量受限这一条件假设本身不符合资本市场的机理。因为资本市场的功能就是发挥配置资源的基础性作用。资本市场的机理告诉我们,好的项目就可以筹集到所需要的资金。因为资金的本质就是逐利的,好的项目必然会吸引资金的投入。可见,企业尤其是上市公司有很多投资时机,经理的责任是到资本市场去筹集资金,只要合理运用资金,应该可以筹到资金。

有了好的项目,但筹集不到资金,这除了企业自身的原因,另外的重要原因那就是资本市场有缺陷,合理配置资源的功能较差。当然,这种情况会阻碍公司接受盈利性项目,使其无法实现股东财富最大化的目标。现实中确有一些公司筹集不到盈利项目所需资金,还有一些公司只愿意在一定的限额内筹资。

对于上述投资资本总量受限的条件下如何进行财务决策,一般的做法是采用现值指数排序法,以寻找净现值最大的组合,使有限资源的净现值实现最大化。现值指数排序的思路是:在进行投资决策时,首先将全部项目排列成不同的组合,每个项目的投资需要不超过资本总量,其次计算出各个项目的净现值以及各组合的净现值合计,最后选择净现值最大的做为采纳的项目。

现值指数排序法对于投资项目较少的组合决策有较好的效果,但对于投资项目较多的组合决策难度很大。为此,本文采用非线性规划方法,建立数学模型求解,可以解决投资资本总量有限而项目较多的优化组合决策问题。

三、非线性解决方法

1. 非线性问题的数学模型。非线性规划的数学模型常表示成以下形式:

目标函数:$\mathrm{Min}\ f(x)$

$$\text{s.t.}\ \begin{cases} A\leqslant b & (1)\text{线性不等式约束} \\ A_1=b_1 & (2)\text{线性等式约束} \\ C(x)\leqslant 0 & (3)\text{非线性不等式约束} \\ C_1(x)=0 & (4)\text{非线性等式约束} \\ LB\leqslant X\leqslant UB & (5)\text{有界约束} \end{cases}$$

由于 $\mathrm{Max}\ f(x)=-\mathrm{Min}[-f(x)]$,当需要使目标函数极大化时,只需要使其负值极小化即可,因而仅考虑极小化无损于一般性。

若某约束条件是“≤”,仅需要用“-1”乘该约束的两端,即可将这个约束变为“≥”的形式。

2. 模型的进一步解释。在上述模型中,可以把A视为与某一个独立项目的投资,x视为是否对其投资,它是一个布尔类型的变量,取值为1或者0,其中1表示决定为该项目投资,0表示不投资该项目;b可以视为是总投资额。因此,模型中的x是决策变量。

此时总量有限时的资本分配问题就转化为求解满足在投资额总量一定的条件下,总投资收益最大或者总收益和总投资之比最大的非线性规划问题。

3. 实证分析。某公司可以投资的资本总量为 1 000 万元，资本成本为 10%。现有五个投资项目，要求进行投资项目优选。有关数据如下表所示。

五个投资项目相关数据

项目编号	时间	0	1	2	现金流入现值	净现值	现值指数	净现值指数
	10%现值系数	1	0.909 1	0.826 4				
1	现金流量	-500	800	400				
	现值	-500	727.28	330.56	1 057.84	557.84	2.12	1.12
2	现金流量	-600	900	600				
	现值	-600	818.19	495.84	1 314.03	714.03	2.19	1.19
3	现金流量	-300	400	300				
	现值	-300	363.64	247.92	611.56	311.56	2.04	1.04
4	现金流量	-700	900	100				
	现值	-700	818.19	82.64	900.83	200.83	1.29	0.29
5	现金流量	-400	700	100				
	现值	-400	636.37	82.64	719.01	319.01	1.80	0.80

将全部项目排列成不同的组合，即：(1，3)、(1，5)、(2，3)、(2，5)、(3，4)、(3，5)，每个项目的投资需要不超过资本总量 1 000 万元。

根据表中计算出的各个项目的净现值可计算出各组合的净现值合计；最后，选择净现值最大的(2，5)项目做为最优投资项目。显然，该决策的判断标准是投资的效益，并没有反映出投资的效率。

4. 通过 MatLab 对模型求解。将问题抽象为更一般的情形：设某公司有 N 个投资项目可供选择，并且至少要对其中一个项目投资。

该公司的投资资本总量有限(设定为 A 万元)，投资于第 i 个项目需要初始投资额为 a_i，预计现金流入现值为 b_i，投资决策变量为 x_i，它是布尔类型的变量，取值为 0 或者 1，具体定义如下：

$$x_i=\begin{cases}0,\text{不投资第 } i \text{ 个项目}\\1,\text{投资第 } i \text{ 个项目},i=1,\cdots,n\end{cases}$$

显然 $x_i(1-x_i)=0$，对于该问题 x_i 分别为 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5，把它所有的状态组合出来后就可以包含所有投资组合。所有的投资组合一共有 32 种，但是其中包括有无效的投资组合，为保证问题的一般性以及便于 MatLab 进行系统求解，暂时不需要对无效的投资组合进行剔除。

同时，投资总额为$\sum\limits_{i=1}^{n}a_ix_i$，投资总现金流入现值为$\sum\limits_{i=1}^{n}b_ix_i$，又因为公司至少要对一个项目投资，并且投资资本总量有限，因此 $0<\sum\limits_{i=1}^{n}a_ix_i\leqslant A$。

因此，根据表中的信息，可以从投资效率角度建立下面的数学模型：

$$\mathrm{Max}f=\sum_{i=1}^{n}b_ix_i\div\sum_{i=1}^{n}a_ix_i$$

$$=\frac{1\,057.84x_1+1\,314.03x_2+611.56x_3+900.83x_4+719.01x_5}{500x_1+600x_2+300x_3+700x_4+400x_5}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}0<\sum\limits_{i=1}^{n}a_ix_i\leqslant 1\,000\text{ 即},0<500x_1+600x_2+300x_3+700x_4+400x_5\leqslant 1\,000\\x_i(1-x_i)=0,\quad i=1,\cdots,5\end{cases}$$

利用 MatLab 求解上述非线性方程：

```
function y=f1(x)
y=-(1 057.84*x(1)+1 314.03*x(2)+611.56*x(3)+900.83*x(4)+719.01*x(5))/(500*x(1)+600*x(2)+300*x(3)+700*x(4)+400*x(5));
function [c1,c2]=f2(x)
c1=0;c2=[x(1)-x(1)^2;x(2)-x(2)^2;x(3)-x(3)^2;x(4)-x(4)^2;x(5)-x(5)^2];v2=[0,0];
for i=1:32;
x0=x1([i],[1 2 3 4 5]);
[x,f]=fmincon('f1',x0,a,b,a1,b1,lb,ub,'f2');
v1=[i,f];v2=[v2;v1];
end
```

求解结果为：

最优解 v2 =[9.000 0 -2.190 0]，$9=(010001)_2$，即对第 2 个项目和第 5 个项目投资，与一般性解决方法结果一致。同时，验证了该种方法的正确性和有效性。

四、结论

通过建立数学模型进行非线性规划，求解总量有限时的资本分配，能很好地利用数学方法和计算机工具辅助进行财务决策，这种方法准确性高且有更好的效率。

但是这种资本分配方法仅适用于单一期间的资本分配，不适用于多期间的资本分配问题，后者需要进行更复杂的多期间规划分析。

主要参考文献

1. 谢中华. MatLab 统计分析与应用. 北京：北京航空航天大学出版社，2010

2. 钱颂迪. 运筹学. 北京：清华大学出版社，1990

3. 齐寅峰，李胜楠. 我国企业投资决策方法选择的调查研究. 管理学报，2005；2

4. 侯迎新. 净现值(率)指标在项目投资中的应用. 财会月刊，2009；11

5. 王士伟. NPV 与 IRR 的一致性及矛盾性分析. 会计之友，2009；4