

确定广义在产品数量的数学建模

李娜

(上海济光职业技术学院 上海 201906)

【摘要】 正确计算广义在产品数量是运用平行结转分步法的关键。本文运用“总投入=总产出”的思路,构建数学模型,以便准确、快捷地计算广义在产品数量。

【关键词】 平行结转分步法 广义在产品 数量

平行结转分步法,又称不计算半成品成本的分步法,主要适用于大批大量多步骤生产,但半成品不对外出售、管理上无需单独计算半成品成本的单位。平行结转分步法的运用难点是各步骤广义在产品数量的确定。如果我们建立计算广义在产品数量的通用数学模型,就能够用数学公式准确、快捷地计算出各步骤广义在产品的数量。

一、基于“总投入=总产出”构建数学模型

大批大量多步骤生产的制造企业,通常月末会存在在产品。对于月末存在在产品的制造企业,其所归集的生产费用应由本期完工产品与月末在产品共同负担。完工产品成本与月末在产品成本之间存在如下勾稽关系:月初在产品成本+本月发生的生产费用=月末在产品成本+本月完工产品成本。

若把月初在产品成本和本月发生的生产费用视为本月总投入,则月末在产品成本和本月完工产品成本可视为本月总产出,满足“总投入=总产出”的关系。在成本核算中,无论采用什么方法,都满足“总投入=总产出”的关系。平行结转分步法下,虽然不计算各生产步骤半成品成本,但各生产步骤总投入(包括月初在产品成本和本月生产费用)与各生产步骤总产出(包括月末广义在产品成本和计入完工产品的“份额”)之间也必定存在对等关系。那么,各生产步骤生产总量及月末(初)在产品数量是否可利用“总投入=总产出”建立数学模型呢?

从总投入来看,各步骤本月总投入产品数量=上月末广义在产品结转数量+本步骤本月投入产品数量=本步骤月初在产品数量(不考虑完工程度)+以后步骤月初在产品耗用本步骤半成品数量+本步骤本月投入产品数量=本月初广义在产品数量+本步骤本月投入产品数量。

从总产出来看,各步骤本月总产出数量=本步骤本月已完工的半成品(最后步骤为产成品)数量+本步骤月末正在加工的在产品数量(不考虑完工程度)=最终产成品耗用本步骤半成品的数量+本步骤已经完工并转到以后各生产步骤的完工半成品+本步骤正在加工的在产品数量=最终产成品耗用本步骤半成品的数量+本步骤月末广义在产品的数量。

根据“总投入=总产出”的思路,本步骤月初广义在产品数量+本步骤本月投入产品数量=最终产成品耗用本步骤半成品的数量+本步骤月末广义在产品的数量。基于“总投入=总产出”的思路,我们可以构建确定广义在产品数量的数学模型如下:

$$q_i = \sum_{j=1}^n m_i^j a_j + b_i - m_i^n P (j \geq i; \text{当 } j=i \text{ 时, } m_i^j = 1)$$

其中: i, j 表示生产产品需经过的生产步骤, n 表示生产产品共需经过 n 个生产步骤, a_j 表示第 j 步骤月初狭义在产品数量, b_i 表示第 i 步骤本月投产数量, q_i 表示第 i 步骤月末广义在产品的数量, P 表示完工产品数量, m_i^j 表示第 j 步骤单位产品生产耗用第 i 步骤半成品数量。

二、数学模型的实例验证

多步骤生产根据生产加工的方式不同,可分为装配式多步骤生产和连续式多步骤生产。下面分别验证数学模型的正确性。

(一)装配式多步骤生产

装配式多步骤生产,是指在生产过程中,在原材料投入后,先在各步骤进行加工,生产出完工产品所需的各种零部件(或半成品),然后再在组装车间将各步骤生产的零部件(或半成品)组装成产成品的多步骤生产。在装配式多步骤生产方式下,根据广义在产品的概念,确定广义在产品数量的公式(下面简称“概念公式”)为:某步骤广义在产品数量=本步骤狭义在产品数量+后面各步骤狭义在产品消耗本步骤半成品数量+本步骤库存半成品数量+后面各步骤库存半成品消耗本步骤半成品数量。确定广义在产品数量的数学模型为: $q_i =$

$\sum_{j=1}^n m_i^j a_j + b_i - m_i^n P (j \geq i; \text{当 } j=i \text{ 时, } m_i^j = 1)$ 。在使用数学模型计算广义在产品数量时要注意,若第 j 步骤生产未耗用第 i 步骤半成品, $m_i^j = 0$ 。

例 1:长江公司生产甲产品。第一车间生产 A 半成品,第二车间生产 B 半成品,第三车间将第一车间交付的 A 半成品

和第二车间交付的 B 半成品装配成甲产品。每件甲产品由一件 A 半成品和一件 B 半成品组成。第一步骤和第二步骤的月末在产品投料比例和完工率均为 50%。第三步骤只有未装配的半成品,并无在产品。2×12 年 6 月有关产量记录如表 1 所示(假定 6 月初第一车间和第二车间无库存半成品):

项目	第一车间	第二车间	第三车间	
			A 半成品	B 半成品
月初在产品	180	150	250	210
本月投入	1 000	1 050	900	900
本月完工转出	960	1 000	1 080	1 080
月末在产品	220	200	70	30

(1)根据概念公式,各步骤广义在产品数量计算如下:

第一车间广义在产品数量=第一车间狭义在产品数量+第一车间库存半成品数量+第三车间库存半成品消耗本步骤半成品数=220+70+(960-900)=350(件)

第二车间广义在产品数量=第二车间狭义在产品数量+第二车间库存半成品数量+第三车间库存半成品消耗本步骤半成品数=200+30+(1 000-900)=330(件)

(2)利用数学模型,即 $q_i = \sum_{j=1}^n m_j^i a_j + b_i - m_i^n P(j \geq i; \text{当 } j=i \text{ 时}, m_j^i = 1)$,各步骤广义在产品数量计算结果如下:

第一车间广义在产品数量=180+250+1 000-1 080=350(件)

第二车间广义在产品数量=150+210+1 050-1 080=330(件)

例 2:长江公司生产甲产品。第一车间生产 A 半成品,第二车间生产 B 半成品,第三车间将第一车间交付的 A 半成品和第二车间交付的 B 半成品装配成甲产品。每件甲产品由 2 件 A 半成品和 3 件 B 半成品组成。第一车间和第二车间的月末在产品投料比例和完工率均为 50%。第三车间只有未装配的半成品,并无在产品。2×12 年 6 月有关产量记录如表 2 所示(假设 6 月初第一车间和第二车间无库存半成品):

项目	第一车间	第二车间	第三车间	
			A 半成品	B 半成品
月初在产品	40	50	90	140
本月投入	620	950	600	900
本月完工转出	615	948	640	960
月末在产品	45	52	50	80

(1)根据概念公式,各步骤广义在产品数量计算如下:

第一车间广义在产品数量=第一车间狭义在产品数量+第一车间库存半成品数量+第三车间库存半成品消耗本步骤半成品数=第二车间狭义在产品数量+第二车间库存半成品

数量+第三车间库存半成品消耗本步骤半成品数=45+50+(615-600)=110(件)

第二车间广义在产品数量=52+80+(948-900)=180(件)

(2)利用数学模型,即 $q_i = \sum_{j=1}^n m_j^i a_j + b_i - m_i^n P(j \geq i; \text{当 } j=i \text{ 时}, m_j^i = 1)$,各步骤广义在产品数量计算结果如下:

第一车间广义在产品数量=40+90+620-640=110(件)

第二车间广义在产品数量=50+140+950-960=180(件)

(二)连续式多步骤生产

连续式多步骤生产,是指在生产过程中,从原材料投入至产品完工需要经过若干连续加工步骤的多步骤生产。在连续式多步骤生产方式下,确定广义在产品数量的公式为:某步骤广义在产品数量=本步骤狭义在产品数量+后面各步骤狭义在产品消耗本步骤半成品数量+本步骤库存半成品数量+后面各步骤库存半成品消耗本步骤半成品数量;确定广义在产品数量的数学模型为: $q_i = \sum_{j=1}^n m_j^i a_j + b_i - m_i^n P(j \geq i; \text{当 } j=i \text{ 时}, m_j^i = 1)$ 。

1. 各步骤产品生产耗用前面步骤半成品数量比例为 1:1,即各步骤生产 1 件产品需耗用上一步骤 1 件半成品。若各步骤产品生产耗用前面步骤半成品数量比例为 1:1, $m_j^i = m_i^n = 1$,则该数学模型可简化为: $q_i = \sum_{j=1}^n a_j + b_i - P(j \geq i)$ 。

例 3:长江公司生产 C 产品。第一车间生产 A 半成品,第二车间将 A 半成品加工为 B 半成品,第三车间将 B 半成品加工为 C 产品。每步骤消耗上一步骤半成品的比例为 1:1。各车间的月末在产品投料比例和完工率均为 50%。2×12 年 6 月有关产量记录如表 3 所示(假定 6 月初各车间无库存半成品):

项目	第一车间	第二车间	第三车间
月初在产品	120	100	160
本月投入	400	480	520
本月完工转出	500	540	630
月末在产品	20	40	50

(1)根据概念公式,各步骤广义在产品数量计算如下:

第一车间广义在产品数量=本步骤狭义在产品数量+后面各步骤狭义在产品消耗本步骤半成品数量+本步骤库存半成品数量+后面各步骤库存半成品消耗本步骤半成品数量=20+40+50+(500-480)+(540-520)=150(件)

第二车间广义在产品数量=40+50+(540-520)=110(件)

第三车间广义在产品数量=50(件)

(2)利用数学模型,即 $q_i = \sum_{j=1}^n a_j + b_i - P(j \geq i)$,各步骤广义在产品数量计算结果如下:

第一车间广义在产品数量=120+100+160+400-630=150

(件)

第二车间广义在产品数量=100+160+480-630=110(件)

第三车间广义在产品数量=160+520-630=50(件)

2. 各步骤产品生产耗用前面步骤半成品数量比例大于1:1,即各步骤生产1件产品需耗用上一步骤半成品数量不止1件。若各步骤产品生产耗用前面步骤半成品数量比例大于1:1,使用数学模型计算广义在产品数量时,要根据实际耗用情况确定 m_j^i 的值。

例4:长江公司生产C产品。第一车间生产A半成品,第二车间将A半成品加工为B半成品,第三车间将B半成品加工为C产品。假设每生产1个B半成品需消耗2个A半成品,每生产一个C产品需消耗3个B半成品。各生产车间的月末在产品投料比例和完工率均为50%。2×12年6月有关产量记录如表4所示(假定6月初各车间无库存半成品):

项目	第一车间	第二车间	第三车间
月初在产品	120	35	12
本月投入	400	240	75
本月完工转出	500	245	70
月末在产品	20	30	17

(1)根据概念公式,各步骤广义在产品数量计算如下:

第一车间广义在产品数量=本步骤狭义在产品数量+后面各步骤狭义在产品消耗本步骤半成品数量+本步骤库存半成品数量+后面各步骤库存半成品消耗本步骤半成品数量=20+30×2+17×3×2+(500-240×2)+(245×2-75×3×2)=242(件)

第二车间广义在产品数量=30+17×3+(245-75×3)=101(件)

第三车间广义在产品数量=17(件)

(2)根据题意可知,第二车间每生产1件产品需消耗2件A半成品,即 $m_1^2=2$;第三车间每生产1件产品需消耗3件B半成品,可推出第三车间每生产1件产品需耗用6件A半成品,即 $m_2^3=2, m_1^3=6$ 。利用数学模型,即 $q_i = \sum_{j=1}^n m_j^i a_j + b_i - m_i^n P(j \geq i)$;当 $j=i$ 时, $m_i^j=1$,各步骤广义在产品数量计算结果如下:

第一车间广义在产品数量=120+35×2+12×6+400-70×6=242(件)

第二车间广义在产品数量=35+12×3+240-70×3=101(件)

第三车间广义在产品数量=12+75-70=17(件)

3. 不止一个步骤产品生产耗用前面步骤半成品,即在生产过程中后面有多个步骤耗用前面步骤半成品,如某企业多步骤生产中除第2步骤耗用了第1步骤半成品外,第3步骤也耗用了第1步骤半成品的情况。

例5:长江公司生产C产品。第一车间生产A半成品,第

二车间将A半成品加工为B半成品,第三车间将B半成品加工为C产品。假设每生产1个B半成品需消耗2个A半成品,每生产一个C产品需再消耗1个A半成品和2个B半成品。生产各车间的月末在产品投料比例和完工率均为50%。2×12年6月有关产量记录如表5所示(假定6月份初各车间无库存半成品):

项目	第一车间	第二车间	第三车间
月初在产品	120	48	56
本月投入	400	200	95
本月完工转出	500	210	120
月末在产品	20	38	31

(1)根据概念公式,各步骤广义在产品数量计算如下:

第一车间广义在产品数量=本步骤狭义在产品数量+后面各步骤狭义在产品消耗本步骤半成品数量+本步骤库存半成品数量+后面各步骤库存半成品消耗本步骤半成品数量=20+38×2+31×(2×2+1)+(500-200×2-95)+(210-95×2)×2=296(件)

第二车间广义在产品数量=38+31×2+(210-95×2)=120(件)

第三车间广义在产品数量=31(件)

(2)根据题意可知,第二车间每投产1件产品需消耗2件A半成品,即 $m_1^2=2$;第三车间每生产1件产品需消耗1件A半成品和2件B半成品,故第三车间每生产1件产品需耗用5件A半成品,即 $m_1^3=5$ 和 $m_2^3=1$ 。利用数学模型,即 $q_i = \sum_{j=1}^n m_j^i a_j + b_i - m_i^n P(j \geq i)$;当 $j=i$ 时, $m_i^j=1$,各步骤广义在产品数量计算结果如下:

第一车间广义在产品数量=120+48×2+56×5+400-120×5=296(件)

第二车间广义在产品数量=48+56×2+200-120×2=120(件)

第三车间广义在产品数量=56+95-120=31(件)

三、结论

通过计算验证,无论是装配式多步骤生产还是连续式多步骤生产,应用数学模型与使用概念公式计算结果都是相同的,验证了该模型的正确性。在上述例题的计算过程中,我们还会发现,使用数学模型计算广义在产品数量,思路清楚,而且情况越复杂(如不止一个步骤耗用前面步骤半成品时),计算越快捷,越能体现出数学模型计算的优势。

主要参考文献

1. 李震. 平行结转分步法下广义在产品约当产量的确定. 财会月刊,2012;13
2. 中国注册会计师协会. 财务成本管理. 北京:中国财政经济出版社,2012