

# 分期付款的数学原理及计算方法

陈国栋(博士)

(华北水利水电学院管理与经济学院 郑州 450011)

**【摘要】** 本文分析了分期付款这种消费方式的数学原理和计算方法,并且用 Excel 软件的公式与函数来计算分期付款还款额明细,结果清晰明了,可供实务工作者参考。

**【关键词】** 分期付款 Excel 等额本息 等额本金

## 一、分期付款的两种还款方式

分期付款这种消费方式和人们的生活密切相关。人们不仅用分期付款方式来买房、买车,还可以购买电脑、手机等。目前分期付款常见的还款方式有等额本息和等额本金两种还款方法。等额本息还款法是在还款期内每月偿还同等数额的贷款(包括本金和利息)。等额本息还款法本金逐月递增,利息逐月递减,月还款数不变。其相对于等额本金还款法的劣势在于支出利息较多,还款初期利息占每月供款的大部分,本金在供款中的比重逐渐增加。等额本金还款法是在还款期内把贷款数总额等分,每月偿还同等数额的本金和剩余贷款在该月所产生的利息,这样由于每月的还款本金额固定,而利息越来越少,贷款人起初还款压力较大,但是随着时间的推移每月还款数

也越来越少。

二者相比,贷款期限、在贷款金额和利率相同的情况下,在还款初期,等额本金还款方式每月归还的金额要大于等额本息还款法。但是按照整个还款期计算,等额本金还款方式会节省贷款利息的支出。总体来讲,等额本金还款方式适合有一定经济基础、能承受前期较大还款压力且有提前还款计划的借款人。等额本息还款方式因每月归还相同的款项,方便安排收支,适合经济条件不允许前期还款投入过大,收入较稳定的借款人。

## 二、等额本息与等额本金还款额计算的数学原理

先介绍等额本息还款的数学原理。假设某人贷款总额为  $D$  元,贷款分  $n$  个月偿还,每个月的月末还款为  $P$  元,月利率

从表 5 列示的成本构成可以看出,在折旧费按全寿命周期计算后,单位吨水运行成本较可行性研究报告中的单位吨水运行成本高出 20%多。因此,不考虑污水处理厂固定资产的后续支出,必然导致折旧费以及按固定资产价值计提的修理费和大修费的低估,从而严重低估运行成本,高估盈利,致使盈利预测、经济可行性分析失去对污水处理项目投资决策的指导意义。

## 五、结论与建议

本文以采用 A<sup>2</sup>/O 工艺的某污水处理厂为例,通过计算其全寿命周期建设成本和单位吨水运行成本,并将这些成本与该厂可行性研究报告中的建设成本和单位吨水运行成本进行比较,可发现后者被严重低估,这在会计上就表现为盈利虚增,投资在全寿命周期内无法收回,长此以往污水处理厂将难以维持经营。而且,如果污水处理厂是采用 BOT 或者 TOT 方式运营的,则根据低估的运行成本确定的污水处理价格将不能弥补实际支出,同样导致污水处理厂难以为继。这也是我国当前很多污水处理厂面临的尴尬局面——花费大量资金建成却不能投入运行的根本原因所在。由于对运行成本估算不足,污水处理补贴不足以弥补实际运行成本,结果运行时间越长亏损越多,而减亏的唯一办法就是建成的污水处理厂不投入使用。

由此,可以进一步制定或者修改相关政策法规,从撰写可行性研究报告开始就强调正确计算污水处理厂全寿命周期建设成本和运行成本,使盈利预测、经济可行性分析更加符合实际情况,以便做出正确的投资决策,并为污水处理厂的满负荷运转奠定基础,为早日实现“资源节约型、环境友好型”社会做出贡献。

## 主要参考文献

1. 建设部.市政工程投资估算编制办法.北京:中国计划出版社,2007
2. 建设部,国家发展计划委员会.城市污水处理工程项目建设标准.建标[2001]77号文,2001-04-16
3. 福建省建设厅.福建省城镇污水处理厂运行管理标准.闽建科[2007]79号文,2007-08-21
4. 李伟民等.城镇污水处理厂可行性研究报告评审标准的探讨.重庆建筑大学学报,2002;24
5. 原培胜.城镇污水处理厂运行成本分析.环境科学与管理,2008;33
6. 陈功等.城市污水处理厂节能降耗途径.水处理技术,2012;38
7. 柳丽红.浅析建设工程全寿命周期成本的控制.科技资讯,2011;10

为R。则第一个月的月末本金和利息总计为D(1+R)。第一个月月末还款后剩余款项为 $b_1=D(1+R)-P$ , $b_1$ 也就是第二个月月初的贷款总额。所以第二个月月末还款是在 $[D(1+R)-P](1+R)$ 的基础上还P元,即第二个月月末还款后剩余款项为 $b_2=[D(1+R)-P](1+R)-P$ 。依此类推,到第n个月月末还P元时全部还完贷款。第n个月月末还P元时剩余款项为 $b_n$ , $b_n$ 的值为0。 $b_n$ 的数学表达式为:

$$b_n = [D(1+R)^n - P] \left[ \frac{1 - (1+R)^{-n}}{R} + (1+R)^{-n} \right] - P \frac{1 - (1+R)^{-n}}{R}$$

即  $D(1+R)^n = P \frac{(1+R)^n - 1}{R}$ , 从而得到等额

本息还款并且每月月末还款, 每月偿还款为:  $P = \frac{DR(1+R)^n}{(1+R)^n - 1}$ 。所支付的利息总额为  $\frac{nDR(1+R)^n}{(1+R)^n - 1} - D$ 。

等额本息还款每月还款额计算公式为:  $[\text{贷款本金} \times \text{月利率} \times (1 + \text{月利率})^{\text{还款月数}}] \div [(1 + \text{月利率})^{\text{还款月数}} - 1]$ 。

等额本金贷款每月还款额由两部分构成, 即每月偿还同等数额的本金与剩余贷款在该月所产生的利息。等额本金贷款计算公式为: 每月还款金额 = (贷款本金 / 还款月数) + (本金 - 已归还本金累计额) × 每月利率。

### 三、买房分期付款还款额计算实例

宋女士准备在武汉市购买 100 平方米的住房, 房价为 10 500 元每平方米。房款中贷款占七成, 贷款期限为 20 年, 贷款利率为 7.05%。当宋女士采用等额本息方式还款时, 她想知道每月还款额, 每月还款额中多少用于偿还本金, 多少用于偿还利息, 20 年总共支付了多少利息? 这个问题的计算量很大, 但使用 Excel 来实施计算是简便的。等额本息付款方式还款明细如表 1 所示。

表 1 买房等额本息付款还款明细

	A	B	C	D
1	住房面积	100	贷款期限(年)	20
2	单价	¥10 500.00	贷款利率(年)	7.05%
3	还款时间(月末)	还款额	本金	利息
4	1	¥5 720.53	¥1 402.40	¥4 318.13
5	2	¥5 720.53	¥1 410.64	¥4 309.89
...	...	...	...	...
243	240	¥5 720.53	¥5 687.12	¥33.41
244			利息总额	¥637 926.56

B4 单元格公式为=PMT(\$D\$2/12,\$D\$1 \* 12,-\$B\$1 \* \$B\$2 \* 0.7),C4 单元格公式为=PPMT(\$D\$2/12,A4,\$D\$1 \* 12,-\$B\$1 \* \$B\$2 \* 0.7),D4 单元格公式为=IPMT(\$D\$2/12,A4,\$D\$1 \* 12,-\$B\$1 \* \$B\$2 \* 0.7)。将 B4 到 D4 的公式复制到 B243 到 D243。

D244 单元格公式为=SUM(D4:D243)。

当宋女士采用等额本金方式还款时, 同样可以方便地在 Excel 中进行计算, 具体见表 2。

表 2 买房等额本金付款还款明细

	A	B	C	D	E
1	住房面积	100	贷款期限(年)	20	
2	单价	10 500	贷款利率(年)	0.070 5	
3	还款时间(月末)	还款额	本金	利息	还款时剩余本金
4	1	=C4+D4	=\$B\$2 * \$B\$1 * 0.7/(\$D\$1 * 12)	=\$B\$1 * \$B\$2 * 0.7 * D2/12	=\$B\$1 * \$B\$2 * 0.7
5	2	=C5+D5	=\$B\$2 * \$B\$1 * 0.7/(\$D\$1 * 12)	=E5 * \$D\$2/12	=E4-C4
...	...	...	...	...	...
242	239	=C242+D242	=\$B\$2 * \$B\$1 * 0.7/(\$D\$1 * 12)	=E242 * \$D\$2/12	=E241-C241
243	240	=C243+D243	=\$B\$2 * \$B\$1 * 0.7/(\$D\$1 * 12)	=E243 * \$D\$2/12	=E242-C242
244			利息总额	=SUM(D4:D243)	

上表中第 4 行到第 244 行公式计算结果如下:

4	1	¥7 380.63	3 062.5	¥4 318.13	¥735 000.00
5	2	¥7 362.63	3 062.5	¥4 300.13	¥731 937.50
...	...	...	...	...	...
242	239	¥3 098.48	3 062.5	¥35.98	¥6 125.00
243	240	¥3 080.49	3 062.5	¥17.99	¥3 062.50
244			利息总额	¥520 334.06	

两种还款方式比较, 等额本金还款方式前期还款压力大, 但少支付利息 117 592.50 元。通过 Excel 表格的计算, 等额本息和等额本金付款方式的每月还款额、每月还款额中多少用于偿还本金, 多少用于偿还利息以及分期付款 20 年总共支付了多少利息都计算得很清楚。宋女士可以根据自己的经济情况进行选择。

### 四、小结

本文介绍了分期付款的数学原理, 并结合实例计算了等额本息和等额本金两种付款方式的还款明细和利息总额。从计算过程可以看出, 使用 Excel 的公式与函数来计算分期付款还款额清楚明了。由于 Excel 是一款较为常见的软件, 人们可以参考文中介绍的公式与函数来帮助自己进行分期付款方面的分析。

【注】本文系 2011 年度河南省政府决策研究招标课题(项目编号:2011B030)的阶段性研究成果。

#### 主要参考文献

1. 胡耀胜, 杜汉玲. 分期付款的数学原理及其应用. 统计与决策, 2004; 11
2. John Walkenbanch 著. 盖江南等译. Excel 2003 高级 VBA 编程宝典. 北京: 电子工业出版社, 2006
3. 付林, 唐倩. 融资租赁与分期付款购买资产核算技巧. 财会月刊, 2009; 32
4. 王克强等. Excel 在工程技术经济学中的应用. 上海: 上海财经大学出版社, 2005