《财务管理》课程中运用微积分讲解杠杆原理

王华兵(博士)

(温州大学城市学院 浙江温州 325035)

【摘要】在传统的经营杠杆、财务杠杆和总杠杆的教学中,教师主要是采用定义解释和案例法对学生进行讲解,而学生对这三大杠杆的理解总是流于表面。本文主要探讨了如何将微积分的知识应用到杠杆原理讲解中,通过将杠杆原理数学模型化,使得杠杆原理显得更加简洁、清晰,也更便于学生理解和记忆。

【关键词】微积分 杠杆原理 财务管理教学

杠杆原理在《财务管理》课程的教学的一个难点,笔者在教学实践中的调查发现,多数学生在学习了经营杠杆、财务杠杆和总杠杠原理之后,仍然对其心存疑惑、似懂非懂。尤其是对为什么存在杠杆效应,以及从三大杠杆的定义推导具体计算公式时觉得不好理解。

本文借鉴了高等数学中微积分的方法,建议在教学中从微积分的角度去理解杠杆效应,使用微积分的方法来推导三大杠杆的计算公式,从而有助于学生更好地理解杠杆原理并记忆相应的计算公式。

一、当前杠杆原理教学中存在的问题

当前在财务杠杆、经营杠杆和总杠杆的教学中,主要存在以下几个方面的问题:

一是定义较为抽象。当前的多数《财务管理》教材中对"杠杆效应"往往是从定义的角度进行解释,也有举例说明的。例如,中国注册会计师考试《财务成本管理》教材中对于"杠杆效应"的定义是:杠杆效应是指固定成本提高公司期望收益,同时也增加公司风险的现象。对于经营杠杆的定义是:经营杠杆是由与产品生产或提供劳务有关的固定性经营成本所引起的,而财务杠杆则是由债务利息等固定性融资成本所引起的。定义中对于杠杆效应产生的数学原理没能进行阐述,从而导致学生在理解上存在模糊性。

二是在从经营杠杆、财务杠杆和总杠杆的定义式推导这三大财务杠杆的具体计算公式时,依然在使用初高中数学中变化额的概念。由于杠杆效应是衡量一个变量变化的百分比所引起的另外一个变量变化的百分比,使用变化额的概念从定义式出发也可以推导出每一种杠杆的计算公式,然而却不够形象直观。鉴于大学本科生在学习财务管理时,都已经学过了微积分的概念。变化额在高等数学中就相当于微分的概念,如果能和本科教学中刚刚学过的微分概念相联系来推导该公式,就会容易理解得多。

三是在分析杠杠效应影响因素的时候,没能和杠杆的公式相结合。比如经营杠杆的影响因素,有产品价格、销售量、单位变动成本、固定成本等,并且每个因素和经营杠杆系数之间呈正比或者反比关系。如果去硬背结论,不仅记忆量大而且难以记牢。但是若能结合微积分中推导出来的公式进行理解记忆,则效果会好很多。

二、微积分在杠杆原理讲解中的应用

马克思说过:任何一门科学只有充分利用了数学才能达到完美的境界。如果在财务管理中能适当地应用数学知识,则一些看似难以理解的知识会变得容易起来。以下笔者就从微积分的角度来讲解财务管理中杠杠的相关原理。

1. *从微积分的角度理解杠杆的原理*。杠杆效应存在的本质原因在于,因为有一固定变量的存在,所以导致自变量变化一定百分比时会引起因变量更大程度变化的现象。这一现象可以通过一个简单的直线函数观察出来。

假设有一简单的直线函数 $y=ax-b$,则 x 为自变量,y 为因变量,a 和 b 均为常数且大于 0,当 x 变化一定百分比所引起的 y 所变化的百分比本来应为:$\frac{\triangle y/y}{\triangle x/x}$,其微分形式为:$\frac{dy/y}{dx/x}$。根据微积分的基本原理,该微分的结果如下:

$$\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{dy}{dx}\times\frac{x}{y}=a\times\frac{x}{ax-b}=\frac{ax}{ax-b}$$

由上式可见,当 a 和 b 均为常数且大于 0 时,$\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{ax}{ax-b}>1$;仅当 $b=0$ 时,$\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{ax}{ax-b}=1$ 才会出现。而 b 在这里就可以理解为固定的成本,因为固定成本一般不等于 0,所以企业总是存在着杠杆效应。

并且,在后续的推导中可以发现,无论是经营杠杆系数、财务杠杆系数还是总杠杆系数,其基本形式都是 $\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{ax}{ax-b}$ 的简单变形而已,只不过是系数 a 和常数项不同而已。

2. *从微积分的角度推导三大杠杆系数*。

(1)经营杠杆系数的推导。经营杠杆是度量企业由于存在

固定经营成本所导致的营业收入的一定变动所引起的息税前利润更大程度的现象。经营杠杆系数的计算是使用息税前利润的变动率与营业收入变动率之间的比率。其定义式为：

$$DOL=\frac{息税前利润的变动率}{营业收入变动的率}=\frac{\triangle EBET/EBIT}{\triangle S/S}。$$

如果采用微积分的形式来表达经营杠杆的定义式，则

$$DOL=\frac{dEBET/EBIT}{dS/S}。$$

由于 EBIT=Q(P−V)−F，其中 EBIT 表示息税前利润，Q 表示产品销售量，P 表示产品价格，V 表示单位变动成本，F 表示固定经营成本。并且假定 S=Q×P，则 dS=P×dQ。将以上条件带入经营杠杆的定义式，则可以得到：

$$DOL=\frac{dEBET/EBIT}{dS/S}=\frac{dEBET}{dS}\times\frac{S}{EBIT}=\frac{dEBET}{PdQ}\times\frac{PQ}{EBIT}=\frac{dEBET}{dQ}\times\frac{Q}{EBIT}=\frac{Q(P-V)}{Q(P-V)-F}$$

从上式的结果可以看出，经营杠杆系数的计算公式与 $\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{ax}{ax-b}$ 本质上是一个数学模型。只是在经营杠杆系数中，销售量 Q 相当于 X，而(P−V)相当于 a，固定经营成本 F 相当于 b。从这个公式来看，经营杠杆系数一定是大于 0 的，因为固定经营成本 F 始终是大于零的。

(2)财务杠杆系数的推导。财务杠杆是度量企业由于存在固定融资成本(主要包括利息支出和优先股股利)所导致的息税前利润的一定变动所引起的每股利润更大程度的现象。财务杠杆系数的计算是使用每股利润的变动率与息税前利润变动率之间的比率。其定义式为：

$$DFL=\frac{每股收益的变动率}{息税前利润的变动率}=\frac{\triangle EPS/EPS}{\triangle EBIT/EBIT}。$$

如果采用微积分的形式来表达财务杠杆的定义式，则

$$DFL=\frac{dEPS/EPS}{dEBIT/EBIT}。$$

由于有：

$$EPS=\frac{(EBIT-I)(1-T)-PD}{N}=\frac{1-T}{N}EBIT-\frac{I(1-T)-PD}{N}$$

其中：EBIT 仍然表示息税前利润，N 表示发行在外的普通股股数，T 表示所得税税率，I 表示固定利息支出，PD 表示固定的优先股股利支出。

将上式代入财务杠杆的系数计算的积分形式可以得到：

$$DFL=\frac{dEPS/EPS}{dEBIT/EBIT}=\frac{dEPS}{dEBIT}\times\frac{EBIT}{EPS}=\frac{1-T}{N}\times\frac{EBIT}{[(EBIT-I)(1-T)-PD]/N}=\frac{(1-T)EBIT}{(EBIT-I)(1-T)-PD}=\frac{EBIT}{EBIT-I-PD/(1-T)}$$

从上式的结果可以看出，财务杠杆系数的计算公式与 $\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{ax}{ax-b}$ 本质上是一个数学模型。只是在财务杠杆系数中，息税前利润 EBIT 相当于 X，而系数 a 刚好等于 1，固定利息支出和固定的优先股股利支出 I+PD/(1−T) 相当于 b。从这个公式来看，财务杠杆是因为存固定利息支出和优先股股利而引起的，因为此时 b 大于 0。在只要固定利息支出和优先股股利大于 0，则财务杠杆系数一定是大于 0 的。

(3)总杠杆系数的推导。总杠杆是度量企业由于存在固定经营成本和融资成本(主要包括利息支出和优先股股利)所导致的营业收入一定变动所引起的每股利润更大程度的现象。总杠杆系数的计算是使用每股利润的变动率与营业收入变动率之间的比率。其定义式为：

$$DFL=\frac{每股收益的变动率}{营业收入的变动率}=\frac{\triangle EPS/EPS}{\triangle S/S}。$$

如果采用微积分的形式来表达总杠杆的定义式，则

$$DTL=\frac{dEPS/EPS}{dS/S}。$$

由于有：

$$EPS=\frac{(EBIT-I)(1-T)-PD}{N}=\frac{[Q(P-V)-F-I](1-T)-PD}{N}=\frac{(P-V)(1-T)}{N}Q-\frac{(F+I)(1-T)+PD}{N}$$

上式中各字母的含义与前述相同，并且假定 S=Q×P，则 dS=P×dQ。

将上式代入总杠杆的系数计算的积分形式可以得到：

$$DFL=\frac{dEPS/EPS}{dS/S}=\frac{dEPS}{dS}\times\frac{S}{EPS}=\frac{dEPS}{PdQ}\times\frac{PQ}{EPS}=\frac{Q(P-V)(1-T)}{N}\times\frac{1}{[(QP-QV-F-I)(1-T)-PD]/N}=\frac{Q(P-V)}{Q(P-V)-F-I-PD/(1-T)}$$

从上式的结果可以看出，总杠杆系数的计算公式与 $\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{ax}{ax-b}$ 本质上仍然是一个数学模型。只是在总杠杆系数中，销售量 Q 相当于 x，而系数 a 等于(P−V)，固定经营成本、利息支出和固定的优先股股利支出 F+I+PD/(1−T) 相当于 b。从这个公式来看，总杠杆是因为存在固定的经营成本、固定利息支出和优先股股利而引起的，因为此时 b 大于 0。

3. *从数理角度分析各变量对杠杆系数的影响*。对于杠杆影响因素的分析，大部分教材采用描述和举例形式的居多，而描述和举例不便于学生记忆和理解。如果能够从数学公式的角度分析各个因素变化时三大杠杆系数的变化，则更加容易理解和记忆。比如，对于经营杠杆系数，由经营杠杆系数的计算式可知其影响因素有销售量 Q、价格 P、单位变动成本 V 和固定成本 F。

基于3G的《银行会计》移动学习系统开发与应用

张红兵[1]　靳荣莉[1]　张丽明[2]

（1.河北广播电视大学　石家庄　050071　2.河北化工医药职业技术学院　石家庄　050026）

【摘要】本文在分析基于3G的移动学习特点的基础上，探讨了移动学习相关学习资源的选择策略和开发原则，并结合《银行会计》课程的特点设计了一套基于wap浏览和下载模式的移动学习系统。

【关键词】3G技术　银行会计　移动学习

随着现代移动通讯技术和多媒体技术的发展，以3G技术为代表的移动互联网在我国逐步普及，基于3G的移动终端如3G手机、平板电脑等学习工具品种越来越丰富、功能越来越完善，这都为人们进行移动学习、方便地接受终身教育提供了可能。

《银行会计》作为金融、会计等专业的一门重要的业务课程，具有较强的实践性和操作性，而目前高校在对该课程的教学过程中，普遍存在着教学内容与职业能力要求相脱节的现象，直接影响了学生的专业素质和就业水平。通过基于3G技术的仿真设计，将存款、贷款、票据贴现、资金汇划与清算、外汇存贷、国际结算等操作性较强的业务通过多媒体或三维动画的形式直观的展现出来，可以方便地使学生在课余时间利用手机等移动终端进一步熟悉和巩固这些内容。

一、基于3G的移动学习优势

移动学习是信息技术与教育深度融合基础上发展起来的一种新的学习方式，是指人们在移动信息技术和移动终端的支持下，可以不受限制地在任何时间和地点开展学习活动。基于3G的移动学习是指人们借助于3G移动互联网和3G终端（3G手机或平板电脑等），从移动学习服务器上获取教育信息、教育服务并进行互动交流的一种学习方式。

与传统的学习方式不同，3G技术的高速率、高带宽使得基于3G的移动学习可以给学习者提供更方便和更完善的学习体验。首先，3G技术构筑了相对成熟的移动互联网，使学生的学习打破了时空限制，学生可以在任何时间和地点开展学习活动；其次，3G所提供的高速传输速率，使移动学习更加快捷和可靠。不仅能满足学习者随时随地学习的需要，也能满足学习者之间的即时交流和协作学习，能大大地提高学习效率；再次，3G高速传输速率使得移动终端间的视频通讯成为可能，这可以使师生根据学习需要随时随地的进行“面对面交流”；最后，3G的高速率和广覆盖也促进了虚拟学习社区的建设。利用3G技术构建的虚拟学习社区可以实现学习者与学习服务器之间以及学习者之间的高效交流和沟通，可以大大提高学习的效率，促进移动学习活动的开展。

在当前3G环境下的移动学习模式主要是基于wap2.0

$$DOL=\frac{Q(P-V)}{Q(P-V)-F}$$

如果要具体分析某一个因素的变化对经营杠杆系数的影响，也可以采取数理推导的方法。比如，如果要分析销量变化时，经营杠杆系数的大小变化，则可以对经营杠杆系数做如下变形后进行分析：

$$DOL=\frac{Q(P-V)}{Q(P-V)-F}=\frac{P-V}{P-V-F/Q}$$

从上式可知，当销售量增大时，分母变小，从而经营杠杆系数变大；而当销量变小时，分母变大，从而经营杠杆系数变小。其他各变量对经营杠杆系数的影响，可以采取相同的方法。而如果要进一步分析和讲解财务杠杆和总杠杆的影响因素，也可以采取相类似的方法进行讲解。

三、结论

本文主要研究了如何将高等数学中的微积分知识应用到《财务管理》课程中杠杆原理的讲解中的问题。在一般的财务管理的讲解中，从案例出发讲解杠杆原理的较多，但是案例往往不具有普遍性，学生在学习了杠杆原理后仍然较为疑惑。而本文从微积分的视角出发，将杠杆原理的讲解过程用严格的数学公式来表达，一方面可以使得学生更加透彻理解杠杆原理，另一方面使得教学过程更加严谨，便于理解相关的知识点，便于学生记忆。这也启示财务管理的教师，在教学中适当地引入高等数学知识，可以使复杂问题简化，增强教学效果。

【注】本文受温州大学校级教改课题“基于案例和模拟实训的高级财务管理教学方法改革”（编号：11XJJG03）及教育部重大研究课题“集团管理的管理会计报告体系设计”（编号：12jjd790011）资助。

主要参考文献

1. 荆新，王化成，刘俊彦.财务管理学.北京：中国人民大学出版社，2009

2. 中国注册会计师协会.财务成本管理.北京：中国财政经济出版社，2011