基于价值链管理的易腐品库存策略

韦 进

（重庆工商大学会计学院 重庆 400067）

【摘要】当前单个企业之间的竞争已经逐渐被企业所在的价值链之间的竞争所替代，库存成本在价值链总成本中占很大比例，库存管理是价值链管理的关键一环。易腐品的订购具有周期短、批量小、订购次数多的特点，合理的库存策略显得尤为重要。本文在以价值链总成本最低为衡量标准的基础上对易腐品进行了二级订购策略研究，提出了价值链管理环境下的易腐品的库存策略。

【关键词】价值链管理 易腐品 库存策略 有形变质 无形变质

价值链是以产业链为载体的价值形成及价值增值的统一体，即从产业链最上游的供应商到最末端零售商所创造的价值及其增值，按照时间和空间的顺序分配于各节点企业而形成的连续的价值流。库存存在于价值链各节点中，且库存成本是价值链成本的主要来源。对于易腐品而言，如何有效降低循环库存，采取成本更低的订购策略是管理者经常面对的问题，所以对其进行研究显得尤为必要。

一、本文的模型假设和符号说明

本文中的数学模型基于如下假设：①不允许短缺；②提前期为零，补充是及时的；③同一产品的需求率为常数；④产品只在进入库存中才发生变质，库存产品的变质率为常数，所有产品的变质率相同；⑤价值链中只有一个供货商和零售商；⑥供应商以固定的配送周期进行补货，每次补货都达到固定水平；⑦零售商与最终消费者之间允许缺货，缺货期间失去部分销售机会，产生延期交货成本和缺货损失成本；⑧供应商和零售商信息共享。需要说明的是，⑥、⑦、⑧只适用于二级订购策略研究。

本文中的符号说明：$I(t)$表示 t 时刻的库存量，$\theta(t)$表示时刻的变质率，$R(t)$表示时刻的需求率，Q 表示每周期订货量，P 表示销售价格，T 表示订货周期，S 表示每次订购成本，K 表示购买单价，TC 表示总成本，HC 表示库存持有成本，DC 表示变质成本，AC 表示单位时间单位产品平均成本，TP_i 表示总利润，AP_i 表示单位时间平均利润，γ 表示变质率与需求率成反比例常数，BOC 表示零售商的延期交货成本，OSC 表示零售商的变质成本，t_1 表示一个周期内零售商库存水平降低到零的时刻，t_2 表示一个周期内零售商允许缺货的时间，h_i 表示单位时间单位产品库存持有成本，C_i 表示单位时间单位产品库存变质成本，C_0 表示供应商处理一次订单的费用，C_1 表示单位时间单位产品延期交货成本，C_2 表示单位时间单位产品缺货损失成本，δ 表示零售商因缺货损失的缺货部分销售数量的百分比。

其中，下标 i 可以为 s 和 r，下标为 s 的量表示供应商（Supplier）的相应量，下标为 r 的量表示零售商（Retailer）的相应量。

二、单一节点企业易腐品的库存策略研究

1. 有形变质易腐品的库存策略。有形变质易腐品（如粮食、蔬菜等），常常是生活必需品。其价格弹性一般较低，需求率往往比较稳定，这里将其设为常数，通过定量分析来进行讨论。易腐品库存减少的原因有两个，一是对产品的需求，二是由于产品的变质。

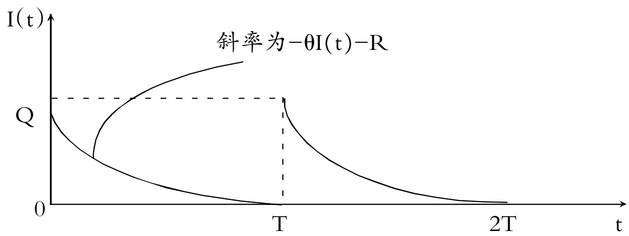

图1 有形变质易腐品的库存水平

现建立模型如下：

$$\begin{cases} \dfrac{dI(t)}{dt}=-\theta I(t)-R \\ \text{边界条件：}I(0)=Q,\ I(T)=0 \end{cases}$$

解此微分方程：

$$\frac{d}{dt}\left[e^{\theta t}I(t)\right]=-e^{\theta t}R \Rightarrow e^{\theta t}I(t)\Big|_T^t=\int_T^t -e^{\theta t}R\,dt=-\frac{R}{\theta}e^{\theta t}\Big|_T^t$$

$$\Rightarrow e^{\theta t}I(t)=-\frac{R}{\theta}\left(e^{\theta t}-e^{\theta T}\right)\Rightarrow I(t)=\frac{R}{\theta}\left[e^{\theta(T-t)}-1\right]\Rightarrow I(0)=\frac{R}{\theta}\left(e^{\theta t}-1\right)=Q$$

$$\text{总成本TC}\begin{cases}\text{订购成本S} \\ \text{购买成本KQ} \\ \text{库存持有成本HC}=h\int_0^T I(t)dt \\ \text{变质成本DC}=C\int_0^T \theta I(t)dt\end{cases}$$

其中，变质的部分存货失去了销售机会，但其单位损失的估计价值 C 少于销售价格，即为变质成本。

$$\Rightarrow TC=S+KQ+HC+DC=S+KQ+(h+C\theta)\int_0^T I(t)dt$$

$$=S+KQ+(h+C\theta)\int_0^T \frac{R}{\theta}\left[e^{\theta(T-t)}-1\right]dt$$

$$\Rightarrow \frac{S}{T^2}=\frac{(h+K\theta+c\theta)R}{2}\Rightarrow T=\sqrt{\frac{2S}{(h+K\theta+c\theta)R}}$$

一般地，易腐品越容易变质，变质率 θ 越大，其订货周期 T 越短，订货越频繁，可以认为 θT 很小，可使 θT<<1，则有：

$$e^{\theta t}\approx 1+\theta T+\frac{\theta^2T^2}{2}\text{（经 Taylor 展开）}$$

$$\Rightarrow TC=S+\frac{KR}{\theta}\left(\theta T+\frac{\theta^2T^2}{2}\right)+\frac{(h+c\theta)R}{\theta^2}\times\frac{\theta^2T}{2}$$

则一周期内单位时间平均成本 AC 的算式为：

$$AC=TC/T=\frac{S}{T}+\frac{KR}{\theta}\left(\theta T+\frac{\theta^2T^2}{2}\right)+\frac{(h+c\theta)R}{\theta^2}\frac{\theta^2T}{2}$$

$$\text{令}\ \frac{dAC}{dT}=-\frac{S}{T^2}+\frac{KR\theta}{2}+\frac{(h+c\theta)R}{2}=0$$

$$\Rightarrow \frac{S}{T^2}=\frac{(h+K\theta+c\theta)R}{2}\Rightarrow T=\sqrt{\frac{2S}{(h+K\theta+c\theta)R}}$$

$\Rightarrow \frac{d^2AC}{dt^2}=\frac{2S}{T^3}>0\Rightarrow$AC 是关于 T 的凹函数，其在 $\frac{dAC}{dt}=0$ 处存在最小值。

所以，最优订货周期为 $T^*=\sqrt{\frac{2S}{(h+K\theta+c\theta)R}}$，其相应最优订货量为：

$$Q^*=\frac{R}{\theta}\left(e^{\theta T^*}-1\right)\approx\frac{R}{\theta}\left(\theta T^*+\frac{\theta^2T^{*2}}{2}\right)=RT^*+\frac{R\theta T^{*2}}{2}$$

$$=\sqrt{\frac{2SR}{h+K\theta+c\theta}}+\frac{\theta S}{h+K\theta+c\theta}$$

2. *无形变质易腐品的库存策略*。无形变质易腐品（如手机、mp4、等），它们的变质率实际上就是产品的过时率。根据相关理论，该种产品投放到市场时，由于消费者追赶潮流，市场需求较大，商品的定价较高；商品快过时的时候，需求减少，商家不得不降价促销，相当于付出了更高的变质成本。无形产品的生命周期曲线在很短的成熟期之后都出现了一个迅速增长的阶段，然后市场需求就进入快速下降的时期。由此很容易得出，此类易腐品的变质率与需求负相关。此外，一般来说，前期库存大时，需求也大；后期库存变小时，需求也逐渐减小。

对于 $y=\alpha x^{\beta}(\alpha>0,0<\beta<1)$，求出 $y'<0,y''>0,y'''<0$，再得出其大致图像如图 2 所示，这样可以看出 R(t)与 I(t)的大致关系与其相符。

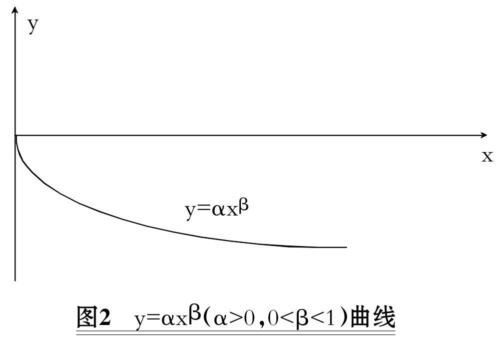

图2　$y=\alpha x^{\beta}(\alpha>0,0<\beta<1)$曲线

此处，引入需求率与库存的关系函数：

$R(t)=\alpha[I(t)]^{\beta}(\alpha>0,0<\beta<1)$

无形变质易腐品的库存减少，只包含随需求减少的库存这一个因素，故：

$$\begin{cases}\frac{dI(t)}{dt}=-R(t)=-\alpha[I(t)]^{\beta}\\ \text{边界条件：}I(0)=Q,I(T)=0\end{cases}$$

解上述伯努利微分方程：

$$[(I(t))^{1-\beta}]'=-\alpha(1-\beta)\Rightarrow[(I(t))]^{1-\beta}\Big|_T^t=\int_T^t-\alpha(1-\beta)dt=-\alpha(1-\beta)(t-T)\Rightarrow I(t)=[\alpha(1-\beta)(T-t)]^{\frac{1}{1-\beta}}\Rightarrow Q=I(0)=[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}$$

总成本TC

订购成本S

购买成本$KQ=K[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}$

库存持有成本$HC=h\int_0^T I(t)dt=h\int_0^T[\alpha(1-\beta)(T-t)]^{\frac{1}{1-\beta}}dt=\frac{h}{\alpha(2-\beta)}[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{2-\beta}{1-\beta}}$

变质成本$DC=C\int_0^T\theta(t)I(t)dt=C\int_0^T\frac{\gamma}{R(t)}I(t)dt$

$$=C\int_0^T\frac{\gamma}{\alpha[I(t)]^{\beta}}I(t)dt=C\int_0^T\frac{\gamma}{\alpha}[\alpha(1-\beta)(T-t)]dt$$

$$=\frac{C\gamma(1-\beta)}{2}T^2$$

$$\Rightarrow TC=S+KQ+HC+DC$$

$$=S+K[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}+\frac{h}{\alpha(2-\beta)}[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{2-\beta}{1-\beta}}+\frac{C\gamma(1-\beta)}{2}T^2$$

一个周期内的单位平均成本为：$AC=TC/T\Rightarrow\frac{dAC}{dT}=\frac{1}{T}\times\frac{dAC}{dT}-\frac{TC}{T^2}$。其中，$\frac{dTC}{dT}=K\alpha[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}+hT[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}+C\gamma(1-\beta)T$

当 $\frac{dTC}{dT}=TC$ 时，$\frac{dAC}{dT}=0$

$$\text{而}\ \frac{d^2AC}{dT^2}=\frac{1}{T}\frac{d^2TC}{dT^2}-\frac{2}{T^2}\frac{d^2TC}{dT^2}+\frac{2TC}{T^3}$$

$$\text{又}\because\frac{d^2TC}{dT^2}=K\alpha^2\beta[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}+h[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}+C\gamma(1-\beta)+hT\alpha[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

$$\therefore\frac{d^2AC}{dT^2}=\frac{1}{T}\{K\alpha^2[(2-\beta)+K\alpha^2[(1-\beta)^2][\alpha(1-\beta)T]^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}+\frac{\beta}{1-\beta}[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{1}{1-\beta}}+\frac{2S}{T^2}+\frac{2h\alpha(1-\beta)^2}{2-\beta}[\alpha(1-\beta)T]^{\frac{\beta}{1-\beta}}\}>0\ \text{恒成立}$$

易知 $\lim_{T\to0^+}\frac{dAC}{dT}<0$，$\lim_{T\to+\infty}\frac{dAC}{dT}>0$，且关于 T 的函数 AT 在(0,+∞)上连续可导（因为它为初等函数）。

$\therefore \frac{dAC}{dT}=0$ 的点为函数 AT 的极小值点，同时也是其最小值点。最佳订购周期 T * 相应的 Q * 即为最佳订购批量。

三、基于价值链管理的易腐品的库存策略研究

价值链中的多个节点，就是所谓的多级。现在只讨论包括供应商和零售商的两级，先分别讨论它们的库存订购模型，得出各自利润最大时的库存策略。再将其一起置于价值链中，讨论此时各节点企业的最优库存策略。

1. *零售商的库存模型。* 零售商从供应商中购进产品，然后将其出售给最终消费者。由于零售商和最终消费者之间允许缺货，缺货的部分可以分为两部分处理：一部分缺货订单可以延期交货，虽然延期交货仍然可以出售，但会付出一定的代价，产生延期交货成本；一部分缺货订单会取消，失去出售机会，会产生缺货损失成本。但是适当的缺货，能够延长整个销售周期，降低每单位产品单位时间的订购成本和库存持有成本。对于易腐品而言，缺货期间库存为零，不会产生变质成本。因此，库存策略的选择就显得比较有意义。

需要注意的是，单位延期交货成本和单位缺货损失成本比货物单位售价要小。

对于零售商，如图 3 所示，$0\leqslant t\leqslant t_1$ 时，库存消耗包括变质和满足消费者需求；当 $t_1\leqslant t\leqslant T_r$ 时，库存为 0，库存水平为缺货的消费者需求积累。

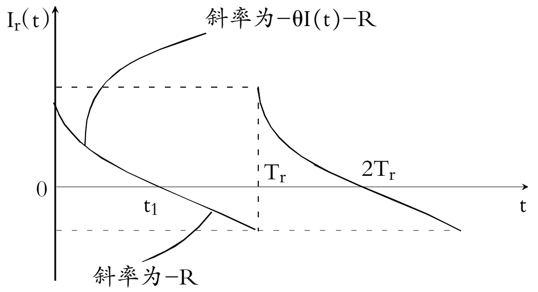

图3 零售商的库存水平

建立如下库存模型：

$$\begin{cases}\frac{dI_r(t)}{dt}=-\theta I_r(t)-R,\ 0\leqslant t\leqslant t_1\\ \frac{dI_r(t)}{dt}=-R,\ t_1\leqslant t\leqslant T_r\\ \text{边界条件}:I_r(t_1)=0\end{cases}\tag{1}$$

$$\text{解得}:\begin{cases}I_r(t)=\frac{R}{\theta}[e^{\theta(t_1-t)}-1],\ 0\leqslant t\leqslant t_1\\ I_r(t)=R(t_1-t),\ t_1\leqslant t\leqslant T_1\end{cases}\tag{2}$$

零售商每次的订货量包括补足库存量和延期交货量两部分。故订货量为：

$$Q_r=I_r(0)+(1-\delta)[-I_r(T_r)]=\frac{R}{\theta}(e^{\theta t_1}-1)+(1-\delta)R(T_r-t_1)\approx R(t_1+\frac{1}{2}\theta t_1^2)+(1-\delta)Rt_2(\text{Taylor 展开})\tag{3}$$

$$\text{总销售 } TS_r=P_r\{Rt_1+(1-\delta)[-I_r(T_r)]\}=P_r[Rt_1+(1-\delta)Rt_2]\tag{4}$$

$$\text{总成本}TC_r\begin{cases}\text{订购成本}S_r\\ \text{购买成本}K_rQ_r=K_r[R(t_1+\frac{1}{2}\theta t_1^2)+(1-\delta)Rt_2]\\ \text{库存持有成本}HC_r=h_r\int_0^{t_1}I_r(t)dt\\ \text{变质成本}DC_r=C_r\int_0^{t_1}\theta I_r(t)dt\\ \text{延期交货成本}BOC=(1-\delta)Rt_2C_1\\ \text{缺货损失成本 }OSC=\delta RT_{t2}C_1\end{cases}\tag{5}$$

其中，$\int_0^{t_1}I(t)dt=\int_0^{t_1}\frac{R}{\theta}[e^{\theta(t1-1)}-1]dt=\frac{R}{\theta^2}(e^{\theta t_1}-\theta t_1-1)\approx\frac{1}{2}Rt_1^2$（Taylor 展开）

$$\text{则 }HC_r=\frac{1}{2}h_rRt_1^2,\ DC_r=\frac{1}{2}C_r\theta Rt_1^2\tag{6}$$

由(4)、(5)和(6)得：

$$TP_r=TS_r-(S_r+K_rQ_r+HC_r+DC_r+BOC+OSC)=-\frac{1}{2}R(h_r+K_r\theta+C_r\theta)t_1^2+R(P_r-K_r)t_1+R[(P_r-K_r-C_1)(1-\delta)-\delta C_2]t_2-S_r\tag{7}$$

$\Rightarrow$一个周期单位时间平均利润$AP_r=\frac{TP_r}{T_r}$

$$=\{-\frac{1}{2}R(h_r+K_r\theta+C_r\theta)t_1^2+R(P_r-K_r)t_1+R[(P_r-K_r-C_1)(1-\delta)-\delta C_2](T_r-t_1)-S_r\}/T_r\tag{8}$$

将 AP_r 分别对 t_1、T_r 求偏导，得：

$$\begin{cases}\frac{\partial AP_r}{\partial t_1}=\{-R(h_r+K_r\theta+C_r\theta)t_1+(RP_r-RK_r-C_2)\delta+RC_1(1-\delta)\}/T_r\\ \frac{\partial AP_r}{\partial T_r}=-\frac{1}{T_r^2}\{-\frac{1}{2}R(h_r+K_r\theta+C_r\theta)t_1^2+[(P_r-K_r-C_2)R\delta+(1-\delta)RC_1]t_1-S_r\}\end{cases}$$

令$\frac{\partial AP_r}{\partial t_1}=0$，$\frac{\partial AP_r}{\partial T_r}=0$，可以求得最优的 t_1 *、t_2 *，使得零售商的单位时间平均利润最大，此时可以确定相应的最优订购周期 T_r * 和订购批量 Q_r *。

2. *供应商的库存模型。* 供应商一次进货后，分批供给零售商 n 次订货，其订货周期为零售商订货周期的整数倍，即：

$$T_s=nT_r(n\text{ 为整数})\tag{9}$$

供应商的库存水平分为 n 个阶段，每次发货给零售商，库存量立刻减少。每个阶段，其库存水平变化的方程均为：

$$\frac{dI_s(t)}{dt}=-\theta I_s(t)\tag{10}$$

$$\text{解得}:I_s(t)=Ae^{-\theta t}(A\text{ 为常数})\tag{11}$$

如图 4 所示，供应商在其订货周期的 0 时刻处，给零售商第一次供货；在 $(n-1)T_r$ 时刻处，给零售商最后一次供货，供货之后的 T_r 时间内，其库存为 0。图中，库存水平函数为间断函数，在同一间断点处，取实心圆点的值，不取空心圆点的值，空心圆点与实心圆点的纵坐标之差即为供给零售商的供给量，即零售商的一次订货量 Q_r。

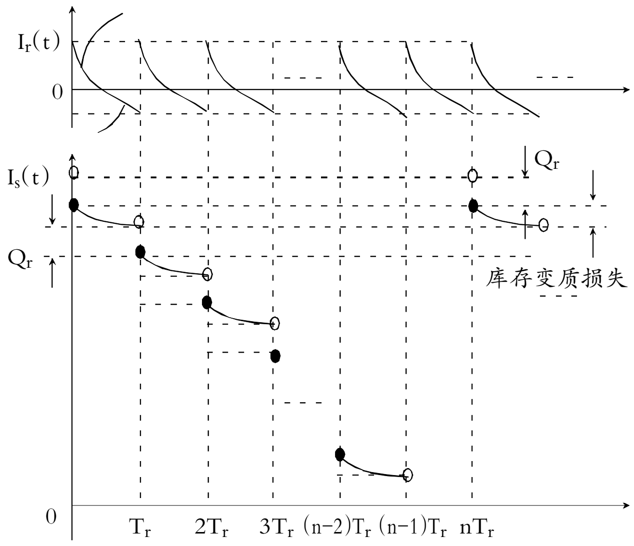

图4 供应商的库存水平

各阶段的库存水平表达式为:

$$\begin{cases} I_s(t)=A_1e^{-\theta t},0\leqslant t<T_r \\ I_s(t)=A_2e^{-\theta t},T_r\leqslant t<2T_r \\ \cdots\cdots \\ I_s(t)=A_je^{-\theta t},(j-1)T_r\leqslant t<jT_r \\ \cdots\cdots \\ I_s(t)=A_{n-1}e^{-\theta t},(n-2)T_r\leqslant t<(n-1)T_r \\ I_s(t)=0,(n-1)T_r\leqslant t<nT_r \end{cases} \qquad (12)$$

由上图和(12)可得:

(1) $\lim\limits_{t\to(n-1)T_r} I_s(t)=Q_r+I[(n-1)T_r]\Rightarrow A_{n-1}e^{-\theta(n-1)T_r}=Q_r \Rightarrow A_{n-1}=Q_re^{\theta(n-1)T_r}$

(2) $\lim\limits_{t\to(n-2)T_r} I_s(t)=Q_r+I[(n-2)T_r]\Rightarrow A_{n-2}e^{-\theta(n-2)T_r}=A_{n-1}e^{-\theta(n-2)T_r}Q_r\Rightarrow A_{n-2}=Q_re^{\theta(n-1)T_r}+Q_re^{\theta(n-2)T_r}=A_{n-1}+Q_re^{\theta(n-2)T_r}$

(3)同理,可知 $A_{n-3}=A_{n-2}+Q_re^{\theta(n-3)T_r}$。

由数学归纳法可得递推公式: $A_j=A_{j+1}+Q_re^{\theta jT_r}$ (13)

$$\Rightarrow A_j=A_{n-1}+Q_re^{\theta(n-2)T_r}+Q_re^{\theta(n-3)T_r}+\cdots+Q_re^{\theta jT_r}=Q_r\frac{e^{\theta jT_r}[1-e^{\theta(n-j)T_r}]}{1-e^{\theta T_r}} \qquad (14)$$

则供应商订货量(或生产批量)为:

$$Q_s=I_s(0)+Q_r=A_1+Q_r=Q_r\frac{e^{\theta T_r}-e^{\theta nT_r}}{1-e^{\theta T_r}}+Q_r=Q_r\frac{1-e^{\theta nT_r}}{1-e^{\theta T_r}} \qquad (15)$$

$$总成本TC_r\begin{cases} 订购(或生产启动)成本S_s \\ 处理零售商订货的成本\ nC_0 \\ 购买(或生产)成本K_sQ_s=K_sQ_r\dfrac{1-e^{\theta nT_r}}{1-e^{\theta T_r}} \\ 库存持有成本HC_s=h_r\int_0^{T_s}I_s(t)dt \\ 变质成本\ DC_s=C_s\int_0^{T_s}\theta I_s(t)dt \end{cases} \qquad (16)$$

其中,

$$\int_0^{T_s}I_s(t)dt=\sum_{j=1}^{n-1}\int_{(j-1)T_r}^{jT_r}A_je^{-\theta t}dt=\sum_{j=1}^{n-1}(-\frac{1}{\theta})A_je^{-\theta t}\Big|_{(j-1)T_r}^{jT_r}=\sum_{j=1}^{n-1}(-\frac{1}{\theta})A_je^{-\theta jT_r}(1-e^{\theta T_r})$$

将(14)代入上式,数列求和可得

$$\int_0^{T_s}I_s(t)dt=-\frac{Q_r}{\theta}[n-1-e^{\theta nT_r}\sum_{j=1}^{n-1}e^{-\theta jT_r}]=\frac{Q_r}{\theta}(\frac{e^{\theta nT_r}-1}{-e^{\theta T_r}-1}-n) \qquad (17)$$

由(3)、(15)、(16)、(17)可得供应商总成本为:

$$TC_s=S_s+nC_0+K_sQ_s+HC_s+DC_s$$

$$=S_s+nC_0+K_sQ_r+\frac{1-e^{\theta nT_r}}{1-e^{\theta T_r}}+(h_r+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}(\frac{e^{\theta nT_r}-1}{e^{\theta T_r}-1}-n)$$

$$=S_s+nC_0+(h_r+K_s\theta+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}\frac{e^{\theta nT_r}-1}{e^{\theta T_r}-1}-n(h_r+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta} \qquad (18)$$

$$\Rightarrow TP_s=nK_rQ_r-TC_s \qquad (19)$$

$$\Rightarrow AP_s=\frac{TP_s}{T_s}=\frac{nK_rQ_r-TC_s}{nT_r}$$

$$=\frac{K_rQ_r-C_0+(h_r+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}}{T_r}-\frac{S_s+(h_r+K_s\theta+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}\frac{e^{\theta nT_r}-1}{e^{\theta T_r}-1}}{nT_r}$$

(n 为正整数) (20)

最优解 n^*应该满足条件 $AP_s(n^*-1)\leqslant AP_s(n^*)\geqslant AP_s(n^*+1)$。找到最优解后,可以求得供应商的最佳订购周期 T_s^* 和订购批量 Q_s^*。

3. 供应商—零售商两级价值链管理的库存模型。在价值链管理中,所谓最佳库存策略就是使价值链的平均总利润最大的策略,故可以建立目标函数:

$$AP=AP_r+AP_s$$

$$=\{-\frac{1}{2}R(h_r+K_r\theta+C_r\theta)t_1^2+R(P_r-K_r)t_1+R[(P_r-K_r-C_1)(1-\delta)-\delta C_2](T_r-t_1)-S_r\}/T_r+\frac{K_rQ_r-C_0+(h_r+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}}{T_r}-\frac{S_s+(h_r+K_s\theta+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}\frac{e^{\theta nT_r}-1}{e^{\theta T_r}-1}}{nT_r} \qquad (21)$$

每个 n 对应一个最优的 t_1、t_2,求出相应的最优策略,n 的最优解 n^*需满足以下条件:

$$AP(t_1(n^*-1),t_2(n^*-1))\leqslant AP(t_1(n^*),t_2(n^*))\geqslant AP(t_1(n^*+1),t_2(n^*+1))$$

四、算例分析

现在给定相应的参数值,再将其代入推出的模型,分析两种不同情况下总利润的差别。

供应商参数: $\theta(t)=0.01$, $S=200$(元), $K=40$(元), $h_i=1.5$(元/月), $C_i=8$(元/月), $C_0=300$(元)。

零售商参数: $\theta(t)=0.01$, $R(t)=100$, $P_r=90$(元), $S=600$(元), $K=60$(元), $h_i=3$(元/月), $C_i=10$(元/月), $C_1=5$(元/月), $C_2=15$(元/月), $\delta=0.05$。

1. 企业各自追求利润最大化，不共享信息。

对于零售商而言：

$$AP_r=\frac{TP_r}{t_1+t_2}$$

$$=\{-\frac{1}{2}R(h_r+K_s\theta+C_s\theta)t_1^2+R(P_r-K_r)t_1+R[(P_r-K_r-C_1)(1-\delta)-\delta C_2](T_r-t_1)-S_r\}/T_r$$

$$=\frac{1}{T_r}(-185t_1^2+700t_1-600)+2\ 300$$

$$\frac{\partial AP_r}{\partial t_1}=\frac{1}{T_r}(-370t_1+700)\Rightarrow t_1=\frac{70}{37}=1.891\ 9$$

$$\frac{\partial AP_r}{\partial T_r}=-\frac{62.162\ 2}{T_r^2}<0$$

故平均利润 AP_r 随着 T_r 的增大而减小，而 $T_r=t_1+t_2(t_1>0,t_2\geqslant 0)$，所以当 T_r 取最小值时，AP_r 取最大值，即：

当 $T_r^*=t_1^*=1.891\ 9$，$t_2=0$ 时，$AP_r^*=2\ 332.857\ 1$，$Q^*=190.979\ 6$

对于供应商而言：(20)虽然在表达式上消去了求和号，但是在用于代入参数时，由于 $\frac{e^{\theta nT_r}-1}{e^{\theta T_r}-1}$ 项将分子分母都变成了一个极小数，增大了数值计算时的舍入误差，故将其可变换为：

$$AP_s=\frac{K_rQ_r-C_0+(h_r+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}}{T_r}-\frac{S_s+(h_r+K_s\theta+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}\sum_{j=1}^{n-1}e^{j\theta T_r}}{nT_r}$$

代入参数：

$$AP_s=36\ 989.530\ 5-\frac{2\ 000+66\ 460.900\ 8\sum_{j=1}^{n-1}e^{0.018\ 919j}}{1.891\ 9n}$$

可以计算得到以下结果：

当 n=1 时，$AP_s(1)=803.209\ 4$；当 n=2 时，$AP_s(2)=996.310\ 7$；当 n=3 时，$AP_s(3)=832.761\ 2$；当 n=4 时，$AP_s(4)=576.784\ 1$；当 n=5 时，$AP_s(5)=281.174\ 4$；当 n=6 时，$AP_s(6)=-36.512\ 0$；

所以，$AP_s(1)<AP_s(2)>AP_s(3)$，可以得知 $n^*=2$，$AP_s^*=AP_s(2)=996.310\ 7$

$\Rightarrow AP^*=AP_r^*+AP_s^*=2\ 332.857\ 1+996.310\ 7=3\ 329.167\ 8$

2. 进行价值链管理时，企业共享信息，分享利润增值。

由(3)，可得 $Q_r=R(t_1+\frac{1}{2}\theta t_1^2)+(1-\delta)R(T_r-t_1)=\frac{1}{2}t_1^2+5t_1+95T_r$

由(21)，可得 $AP=AP_r+\frac{K_rQ_r-C_0+(h_r+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}}{T_r}-\frac{S_s+(h_r+K_s\theta+C_s\theta)\frac{Q_r}{\theta}\sum_{j=0}^{n-1}e^{j\theta T_r}}{nT_r}$

$$=\frac{1}{T_r}(-185t_1^2+700t_1-600)+2\ 300+\frac{368Q_r-300}{T_r}-\frac{2\ 000+348Q_r\sum_{j=0}^{n-1}e^{j\theta T_r}}{nT_r}=\frac{1}{T_r}[-t_1^2+2\ 540t_1-900-\frac{2\ 000+348(\frac{1}{2}t_1^2+5t_1+95T_r)\sum_{j=0}^{n-1}e^{0.01j\theta T_r}}{n}]+37\ 260$$

经计算可得：当 $n^*=2$ 时，$t_1^*=2.312\ 1$，$T_r^*=2.442\ 1$，$AP^*=3\ 362.6$，$AP_r^*=2\ 312.1$，$AP_s^*=1\ 050.5$，$Q_r^*=246.232\ 9$

经分析，价值链管理时 AP^* 比非管理 AP^* 时增加了 33.432 2(即增加了 1%)；价值链管理时 AP_s^* 比非管理时 AP_s^* 增加了 54.189 3（即增加了 5.44%）。

可以看出，价值链管理虽然对于零售商来说，其平均利润是减少的，但对于整个价值链来说是增加的，这就发挥了价值链管理的优势。

同时，零售商每次的订货量增加了 29.08%，大批量的生产、采购将带来规模化效应、集中化管理等好处，这也是价值链管理给企业带来的额外利益。

五、总结

本文主要从价值链管理的角度出发，考虑价值链的整体运行模式和成本控制，其研究对象是易腐品的库存策略，考虑到易腐品的特性，分类讨论有形变质和无形变质两种不同产品的订购模型。

另外，研究了价值链中易腐品的二级订购策略，以价值链总成本最低为衡量标准，得出了各自的库存策略，并分别进行了算例分析对比各自独立和管理条件下的最优化成本值和其他库存参数。最后，针对分析结果，确定了价值链管理的意义，为价值链上各企业如何实现共赢提供了一些较有实际意义的建议。

主要参考文献

1. 安德森著.数据、模型与决策(管理科学篇).北京：机械工业出版社，2007

2. 励凌峰，黄培清，骆建文.易腐物品的库存管理研究.系统工程，2004；3

3. 赵涛，朱道立.基于易腐性特征的最优库存决策模型.技术交流，2003；7

4. 王清蓉，杜文，梁志杰.多周期易腐库存模型及一种启发式算法.昆明理工大学学报，2005；5

5. 王宏达，汪定伟.基于随机变质时间的易腐商品定价模型研究.沈阳工业大学学报，2005；4

6. Whitin T M. Theory of Inventory Management. Princeton University Press，1957